1. fejezet

MÁTRIXALGEBRA

Az egyenlet leír egy összefüggést, de önmagában nem ad megoldást.
Az egyenletet meg kell oldani!
(Amir D. Aczel: Isten egyenlete)

Ebben a fejezetben bevezetjük azokat az alapfogalmakat és jelöléseket, amelyek az egész könyvben végigkísérik az Olvasót. Értelmezzük a mátrixokkal végzett műveleteket, és ennek során bemutatjuk a legfontosabb speciális szerkezetű mátrixokat, amelyek a későbbi fejezetekben ismételten előfordulnak. Már kezdettől fogva kiemeljük azt a központi szerepet, amelyet az elmélet fokozatos kiépítése során a *diádoknak* szánunk. Viszonylag nagy helyet szentelünk speciális szerkezetű mátrixok invertálásának, és kidolgozott feladatok segítségével kívánjuk segíteni az Olvasót, hogy kellő rutint szerezhessen a mátrixok kezelésében. A *rang* fogalmát összekapcsoljuk a mátrixok faktorizációjának feladatával és ennek kapcsán bevezetjük a mátrixok *minimális diadikus előállítását*, amely alapvető fontosságú feladat lesz a későbbiek során is. Külön pontban foglalkozunk a négy blokkra particionált *hipermátrixokkal*, valamint a *projektorok* legfőbb tulajdonságaival, végül alkalmazzuk a mátrixalgebra elemeit a lineáris egyenletrendszerek megoldásának elméletében.

1.1 ELNEVEZÉSEK ÉS JELÖLÉSEK

Tekintsük az a_{ij} komplex számoknak egy m sorból és n oszlopból álló sémáját:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} \dots a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Ezt a sémát $m \times n$ típusú, vagy $m \times n$-es mátrixnak nevezzük és a következőképpen jelöljük:

$$\underset{(m,n)}{\mathbf{A}} = [a_{ij}] \qquad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n),$$