

TARTALOMJEGYZÉK

Előszó	9
1. Mátrixalgebra	13
1.1 Elnevezések és jelölések	13
1.2 Műveletek mátrixokkal	17
1.2.1 Mátrixok összeadása és számmal való szorzása	17
1.2.2 Mátrixok szorzása	19
1.2.3 Speciális mátrixszorzatok	26
1.2.4 Az inverz mátrix	33
1.3 A mátrix rangja	38
1.3.1 A rang fogalma; mátrixok minimális diadikus felbontása	38
1.3.2 Vektorok lineáris függetlensége	46
1.3.3 Rangra vonatkozó tételek	50
1.3.4 Elemi transzformációk, ekvivalens transzformációk, mátrix normálalakja	52
1.3.5 A nullitás fogalma; a Sylvester-féle nullitási tétel	60
1.4 Speciális tulajdonságú mátrixok	62
1.4.1 Speciális mátrixok	62
1.4.2 Szimmetrikus egyenletes kontinuáns mátrix invertálása	70
1.4.3 Nilpotens és ciklikus mátrix polinomjának invertálása	75
1.5 Hiper mátrixok	77
1.5.1 Hiper mátrixok szorzása és faktorizációja	77
1.5.2 Szimmetrikusan particionált másodrendű hiper mátrix faktorizálása, determinánsa, inverze	80
1.5.3 Módosított mátrix és minormátrix inverze	85
1.6 Projektorok	100
1.6.1 Projektorokra vonatkozó tételek	101
1.6.2 Mátrixok általánosított inverze	108
1.7 Lineáris egyenletrendszerek	113
1.7.1 Homogén lineáris egyenletrendszer	114
1.7.2 Inhomogén lineáris egyenletrendszer	117
1.7.3 Lineáris egyenletrendszer kvadratikus együtthatómátrixszal	127
2. A lineáris algebra alapjai	145
2.1 A lineáris tér	146
2.2 Az euklideszi tér	152
2.3 Lineáris függvények, bilineáris és kvadratikus alakok	166
2.4 Lineáris transzformációk	174

2.5 A bázisvektorok transzformációja	186
2.5.1 A koordináták transzformációja új bázisra való áttérés esetén	186
2.5.2 Bilineáris alak mátrixának transzformációja új bázisra való áttérés esetén (kongruens transzformáció)	191
2.5.3 Az \mathbf{x} és $A\mathbf{x}$ vektorok koordinátái közötti összefüggés	193
2.5.4 A lineáris transzformáció mátrixának transzformációja új bázisra való áttérés esetén (hasonlósági transzformáció)	194
2.6 Lineáris transzformáció sajátvektorai és sajátértékei	206
2.7 Adjungált lineáris transzformációk	214
2.8 Diagonalizálható transzformációk, transzformációpárok, általánosított sajátérték-feladat	216
2.8.1 Önadjungált transzformációk	216
2.8.2 Unitér transzformációk	218
2.8.3 Felcserélhető és normális transzformációk	220
2.8.4 Pozitív definit transzformációk	226
2.8.5 Főtengelytétel és általánosítása	230
2.8.6 Sajátértékek extrémális tulajdonsága	235
2.9 Lineáris transzformációk a valós lineáris térben	239
2.9.1 Lineáris transzformáció normálalakja	239
2.9.2 Szimmetrikus és ortogonális transzformációk	242
2.9.3 Kvadratikus alakok	251
3. Mátrixfüggvények	255
3.1 Egyszerű struktúrájú mátrixok spektrális tulajdonságai	256
3.1.1 Mátrix spektrálfelbontása	256
3.1.2 Projektormátrix spektrálfelbontása	260
3.1.3 Unitér transzformációval diagonalizálható mátrixok	262
3.1.4 Mátrixok szinguláris értékek szerinti felbontása	267
3.2 A mátrixfüggvény fogalma és előállítása a minimálpolinom egyszeres gyökei esetén	272
3.2.1 A Cayley–Hamilton-tétel és élesítése	272
3.2.2 A mátrixfüggvény értelmezése és redukciója mátrixpolinomra	275
3.2.3 A Lagrange-féle mátrixpolinomok tulajdonságai	278
3.2.4 Mátrixfüggvény spektrálfelbontása	280
3.2.5 Lagrange-féle mátrixpolinomok előállítása a karakterisztikus mátrix adjungáltjával	287
3.3 Kommutatív blokkokból álló hipermátrixok	298
3.3.1 A hipermátrix determinánsa	298
3.3.2 Mátrixok direkt szorzata	301
3.3.3 Hipermátrix spektrálfelbontása	304
3.3.4 Kronecker-polinomok	307
3.4 Mátrixfüggvény előállítása a minimálpolinom többszörös gyökei esetén	311
3.4.1 Mátrixfüggvény előállítása Hermite-féle mátrix-polinomok segítségével	311
3.4.2 Az Hermite-féle mátrixpolinomok tulajdonságai	318
3.4.3 Mátrixok kváziagonalizálása	322

3.4.4	Nilpotens mátrixok transzformációja Jordan-féle normálalakra	326
3.4.5	Mátrixfüggvények kanonikus előállítás	341
3.5	Elemi osztók elmélete	347
3.5.1	A determinánsosztó invarianciája	347
3.5.2	A determinánsosztó invarianciája speciális esetben	349
3.5.3	A determinánsosztó invarianciája általános esetben	351
3.5.4	Az elemi osztók és a Jordan-féle normálalak	353
3.6	Lineáris differenciálegyenletrendszerek	358
3.6.1	Explicit alakban megadott lineáris elsőrendű közönséges differenciálegyenlet-rendszerek	359
3.6.2	A differenciálegyenlet-rendszer megoldása a rezolvensmátrix ismeretében	362
3.6.3	A rezolvensmátrix meghatározása	364
3.6.4	A rezolvensmátrix előállítása a felcserélhetőségi reláció teljesülése esetén	366
3.6.5	Állandó együtthatómátrixú differenciálegyenlet-rendszerek megoldása	369
3.6.6	Elsőrendű közönséges differenciálegyenlet-rendszer periodikus megoldása	378
3.6.7	Rezgő rendszerek stabilitásvizsgálata	380
3.6.8	Explicit alakban megadott másodrendű rendszerek	385
4.	Nemnegatív elemű mátrixok	401
4.1	Irreducibilis mátrixok	402
4.1.1	Út a Frobenius-tételekhez	402
4.1.2	A Frobenius-tételek	407
4.1.3	A Frobenius-tételek következményei	416
4.2	Reducibilis mátrixok	421
4.2.1	A reducibilis mátrixok alaptétele	421
4.2.2	Reducibilis nemnegatív elemű mátrix normálalakja	424
4.3	Primitív és imprimitív mátrixok	428
4.4	Sztochasztikus mátrixok	430
4.4.1	Alapfogalmak és alapvető tételek	431
4.4.2	Markov-láncok ergodicitása; a sztochasztikus mátrixok osztályozása	437
4.4.3	Bolyongási feladatok	443
4.4.4	Spektrálfelbontás meghatározása generátorfüggvény segítségével	456
	Irodalomjegyzék	465
	Névmutató	471
	Tárgymutató	473