

Tartalom

Az ábrák jegyzéke	xi
Bevezetés	xiii
1. Komplex számok	1
1.1. Számolás maradékokkal	2
1.2. A harmadfokú egyenlet megoldásának problémája	7
1.3. Számolás komplex számokkal	11
1.4. A komplex számok trigonometrikus alakja	16
1.5. Egységgyökök és rendjeik	22
1.6. A komplex számok precíz bevezetése	28
1.7. Összefoglaló	30
2. Polinomok	33
2.1. A polinom fogalma	33
2.2. A szokásos számolási szabályok	40
2.3. A polinomok alaptulajdonságai	51
2.4. Polinomfüggvények és gyökök	54
2.5. A gyöktényezős alak	62
2.6. Többhatározatlanú polinomok	66
2.7. Szimmetrikus polinomok	70
2.8. Összefoglaló	76
3. A polinomok számelmélete	79
3.1. Számelméleti alapfogalmak	79
3.2. A maradékos osztás	88
3.3. Gyökök és irreducibilitás	95
3.4. Egész együtthatós polinomok	101
3.5. Irreducibilitás a racionális számtest fölött	107
3.6. A derivált és a többszörös gyökök	113
3.7. A rezultáns és a diszkrimináns	118
3.8. A harmad- és negyedfokú egyenlet	126
3.9. A körosztási polinom	131
3.10. Összefoglaló	138

4. Csoportok	141
4.1. Példák szimmetriacsoporthoz	142
4.2. Permutációk előjele és ciklusfelbontása	154
4.3. Izomorfizmus, ciklikus csoportok	163
4.4. Mellékosztályok, Lagrange tétele	172
4.5. Pálya és stabilizátor	178
4.6. Generált részcsoporthoz	188
4.7. Homomorfizmusok és normálosztók	193
4.8. Hogyan keressünk normálosztót?	202
4.9. A direkt szorzat	212
4.10. Szabad csoportok és definiáló relációk	221
4.11. Prímhatványrendű csoportok, Sylow tételei	233
4.12. Permutációcsoportok	241
4.13. Feloldható és nilpotens csoportok	253
4.14. Véges egyszerű csoportok	261
4.15. Összefoglaló	265
5. Gyűrűk	271
5.1. Részgyűrű, ideál, direkt szorzat	272
5.2. Faktorgyűrű	280
5.3. Egyszerű gyűrűk	285
5.4. Láncfeltételek	289
5.5. A számelmélet alaptétele	293
5.6. A polinomgyűrű ideáljai	298
5.7. Hányadostest	309
5.8. Karakterisztika és prímtest	315
5.9. Rendezett gyűrűk és testek	320
5.10. Minimálpolinom algebrákban	324
5.11. A számfogalom lezárása	330
5.12. Összefoglaló	336
6. Galois-elmélet	339
6.1. Testbővítések	340
6.2. A szorzástétel és következményei	347
6.3. Normális bővítések	353
6.4. Testbővítések konstrukciója	358
6.5. Szimmetriák és közbülső testek	366
6.6. A Galois-elmélet főtétele	376
6.7. Véges testek	382
6.8. Geometriai szerkeszthetőség	391
6.9. Egyenletek gyökjelekkel való megoldhatósága	402
6.10. A legfeljebb negyedfokú egyenletek	412

6.11. Összefoglaló	417
7. Modulusok	421
7.1. Részmodulusok, homomorfizmusok	421
7.2. Direkt összeg és függetlenség	426
7.3. Elem rendje modulusban	432
7.4. Végesen generált modulusok	436
7.5. A felbontás egyértelműsége	443
7.6. A Jordan-féle normálalak	447
7.7. Homomorfizmusok csoportjai	453
7.8. A tenzorszorzat	459
7.9. Nemkommutatív gyűrűk	468
7.10. Összefoglaló	476
8. Általános algebrák, hálók	479
8.1. Hálók	480
8.2. Algebrai struktúrák	488
8.3. Kifejezések, polinomok, szabad algebrák	501
8.4. Varietások	511
8.5. Disztributív hálók és Boole-algebrák	517
8.6. Moduláris hálók	525
8.7. Galois-kapcsolat és foglomanalízis	538
8.8. Kategóriák és funktorok	544
8.9. Kitekintés	552
8.10. Összefoglaló	556
9. Hibajavító kódok	559
9.1. Alapfogalmak	560
9.2. Lineáris kódok	563
9.3. Polinomkódok	567
9.4. Ciklikus kódok	573
9.5. A CD matematikája	577
9.6. Összefoglaló	579
10. Utószó: Mi az algebra?	581
Függelékek	587
C. Szabó Endre: Csoportelméleti kalandozások	589
C.1. Exponenciális leképezés	589
C.2. Az általános lineáris csoport	602
C.3. Végesen generált, végesen prezentált csoportok	605
C.4. Reziduálisan véges csoportok	615
C.5. Mozgásegyenletek a fizikában	618

C.6. A téridő szimmetriái	622
C.7. Utazás az Androméda-ködbe	631
U. Útmutatások, ötletek a feladatokhoz	635
U.1. Komplex számok	635
U.2. Polinomok	636
U.3. A polinomok számelmélete	639
U.4. Csoportok	643
U.5. Gyűrűk	649
U.6. Galois-elmélet	653
U.7. Modulusok	656
U.8. Általános algebrák, hálók	658
U.9. Hibajavító kódok	663
M. Megoldások, eredmények	665
E. Az előismeretek összefoglalása	667
E.1. Halmazelmélet és logika	667
E.2. Véges matematika	674
E.3. Analízis	675
E.4. Számelmélet	675
E.5. Lineáris algebra	678
T. Példák, táblázatok	681
T.1. Néhány körosztási polinom	681
T.2. Konkrét csoportok	682
T.3. A görög betűk táblázata	684
T.4. Angol–magyar algebrai kisszótár	685
P. Számítógépes programok	691
Névmutató	693
Jelölések	697
Tárgymutató	701
Irodalom	713