Prológus – Mi a matematika?

Nem csak a számok

Mi a matematika? Ha e kérdést nekiszegezzük valakinek, feltehetően a következő választ kapjuk: „A matematika a számokat vizsgálja.” Ha nem hagyjuk ennyiben, s arra is kíváncsiak vagyunk, *miféle* vizsgálat ez, az illető talán pontosítja válaszát: „A matematika a számok *tudománya*.” De ennél többre nemigen juthatunk – holott „definíciónk” már legalább kétezer-ötszáz éve idejét múlta!

Nehezen várható el tehát, hogy a nem bennfentes átlagember felismerje: valójában világméretű, folytonos, aktív kutatómunkáról van szó, miként az sem, hogy elismerje, e kutatómunka eredményei életünk legkülönfélébb területein hagytak és hagynak maradandó nyomot.

A történelem folyamán a matematika mibenlétét firtató kérdésre a legkülönfélébb válaszok születtek.

Hozzávetőlegesen Kr. e. 500-ig a – babiloni és egyiptomi – matematika ténylegesen a számok tudománya volt, „szakácskönyv-szerű”, számolási receptekre szakosodott tudomány. („Vedd ezt és ezt a számot, tegyél vele ezt, azt, amazt – s megkapod a helyes választ.”)

A Kr. e. 500 körül kezdődő mintegy nyolc évszázad a görög matematika virágkora, az érdeklődés középpontjába ekkor a geometria került, s a számokat is geometriai módon, bizonyos szakaszok hosszaként értelmezték; mikor pedig felfedezték, hogy számfogalmuk elégtelen ahhoz, hogy segítségével minden lehetséges – irracionális – hosszúságot kifejezzenek, el is fordultak az aritmetikától. A görögök szemében a matematika már a számok *és a geometriai alakzatok* tudománya volt.

A görög korszak legjelentősebb újdonsága azonban az, hogy a mindaddig a mérés, a számolás és elszámolás különféle technikáinak gyűjteményeként számon tartott matematika valódi tudománnyá, méghozzá vonzó és izgalmas tudománnyá vált. A görögök már nem csupán a hasznosságot tisztelték: felismerték matematikai eredményeik esztétikai értékét, mi több, a legszebb tételeknek misztikus-vallási jelentőséget tulajdonítottak. Thalésztől ered a meggyőződés, mely szerint a pontosan kimondott állításokat formális-logikai bizonyításnak kell alátámasztani, a megtisztelő *tétel* címet csak így érdemelhetik ki. E felfogás azóta – mondanunk sem kell – a matematika soha kétségbe nem vont sarokkövévé vált. A görög matematika csúcspontja az Euklidész által összeállított *Elemek*, minden idők második legsikeresebb könyvének megjelenése. (Az első természetesen a Biblia.)

A matematika mozgásba lendül

Tárgyunkban egészen a tizenhetedik század közepéig nem történt jelentősebb előrelépés, amikor is Newton és Leibniz – egymástól függetlenül – kidolgozták az analízis, a mozgás és a változás matematikai tudományának alapjait. A matematika, amely addig szinte kizárólag statikusnak tekinthető kérdésekkel – számolás, mérés, alakzatok leírása – foglalkozott, ezt követően már olyan jelenségek leírására is alkalmassá vált, mint a bolygómozgás, a szabadesés, a folyadékáramlás, a gázok kitágulása, az elektromosság és a mágnesség hatásai, a repülés, az állatok és a növények szaporodása, a járványok kitörése vagy a nyereség időbeli ingadozása. Newton és Leibniz után a matematika meghatározása már így szólt: a számok, a geometriai alakzatok, valamint *a mozgás, a változás és a tér* tudománya.

Az analízis elméletének kidolgozása során a fő inspiráció a fizika területéről érkezett, a korszak nagy matematikusai egyszersmind a korszak nagy fizikusai is voltak. A tizennyolcadik század közepétől azonban, midőn a legnagyobb elmék próbálták felderíteni, mi állhat a differenciál- és integrálszámítás szédületes sikerei mögött, a matematika „alanyi jogon" is az érdeklődés középpontjába került. Újjáéledt a görög felfogás, mely mindennek elébe a formális bizonyítást helyezte. A tizenkilencedik század végére a matematika meghatározása ennek megfelelően újra módosult: a számok, a geometriai alakzatok, a mozgás, a változás és a tér, valamint *az ezek vizsgálatában alkalmazott matematikai arzenál* tudománya.

A huszadik században a matematika robbanásszerű fejlődésen ment keresztül. 1900 körül a matematikai ismereteket mintegy nyolcvan könyvben össze lehetett volna foglalni – napjaink matematikája legalább százezer kötetet megtöltene. Az eredmények nem csupán a régiek új sarjai: a színen számos, teljesen új tudományág is megjelent. 1900-ban a matematikának hozzávetőlegesen tucatnyi ágát ismerték, többek között az aritmetikát, az analízist vagy a geometriát – manapság a tudomány teljes katalogizálásához legalább hatvan címkére lenne szükségünk. Régebbi, egykor egységes tudományágak, mint az algebra vagy a topológia, részterületekre szakadtak, s olyan vadonatúj területek jelentek meg a színen, mint például a bonyolultságelmélet vagy a dinamikus rendszerek elmélete.

A mintázatok tudománya

Ha figyelembe vesszük a tudomány fejlődésének lélegzetelállító ütemét, a *mi a matematika?* kérdésre csupán egy butácska válasz kínálkozik: mindaz, aminek műveléséből a matematikusok megélnek. Vannak olyanok is, akik szerint a matematikát nem a tárgya, hanem a módszerei teszik egyedülállóvá. Az utóbbi harminc év során azonban tanúi lehettünk azon nézet térnyerésének, amelyhez manapság a matematikusok többsége boldogan adja a nevét: eszerint a matematika a *mintázatok tudománya*. A matematikusok az absztrakt – numerikus, geometriai, a mozgásban, a viselkedésben, a választások eredményében vagy véletlenszerű jelenségek ismétlődésében megnyilvánuló – mintázatokat tanulmányozzák. A valós vagy képzelt, statikus vagy dinamikus, mennyiségi vagy minőségi jellegű mintázatok némelyikének komoly gyakorlati jelentősége is van, de olyan is akad, melynek vizsgálata nem több kellemes és szórakoztató időtöltésnél. Származhatnak e mintázatok a bennünket körülvevő világból, a tér vagy az idő, de akár elménk mélységeiből is. A különböző mintázatok vizsgálatára a matematika különböző ágai szakosodtak, példának okáért:

- az aritmetika és a számelmélet a számok és a számlálás,
- a geometria a legkülönfélébb alakzatok,
- az analízis a mozgás és a változás,
- a logika a világos gondolkodás,
- a valószínűségszámítás a véletlen jelenségek,
- a topológia a közelség és a folytonosság mintázatait vizsgálja.

A könyv nyolc fejezete a modern matematika nyolc különböző területét öleli fel: a számlálás, az érvelés és a kommunikáció, a mozgás és a változás, a különféle alakzatok, a szimmetriák, a pozíciók, a véletlen és az univerzum alapvető mintázatait. A válogatásnak értelemszerűen a matematika jelentős területei estek áldozatául – mégis úgy vélem, a tárgyalt témák hozzájárulnak ahhoz, hogy az olvasó helyes képet alkothasson e gyönyörű tudományról. Igyekeztem, hogy a kifejtés – bár értelemszerűen nem térhet ki a legapróbb részletekre – sehol ne legyen felszínes.

A modern matematika egy jellegzetes vonásával már a legelső, akárcsak futó ismerkedés alkalmával is azonnal szembesülünk: ez pedig az absztrakt jelölés, a bonyolultnak tűnő képletek és geometriai ábrák használata. Ez azonban teljesen érthető, ha meggondoljuk, hogy a matematika tárgyai maguk is absztrakt objektumok.

A valóság különböző aspektusainak leírásához mindig megfelelő szimbolikus jelölést kell választanunk. Ha a terep domborulatait akarjuk bemutatni, vagy a tájékozódást akarjuk megkönnyíteni egy idegen városban, akkor a legmegfelelőbb eszköz: a térkép. A szöveges leírás ez esetben sokkal nehézkesebb lenne. Hasonlóan, egy épület szerkezete a tervrajz alapján ismerhető meg legkönnyebben. Zenedarabok megismertetésére pedig – eltekintve az élő előadástól – a kotta a legalkalmasabb eszköz.

A matematika tárgyát képező absztrakt, „formális” mintázatok és struktúrák tanulmányozása során értelemszerűen a matematika fogalmi és jelölésrendszerét kell alkalmaznunk. Az összeadás és a szorzás műveletének leírása során például az algebra jelölései a legmegfelelőbbek. A kommutativitás törvényét például szavakkal ekképpen fejezhetjük ki:

Ha két számot összeadunk, sorrendjüknek nincs jelentősége.

Általában azonban az alábbi szimbolikus kifejezésmódot használjuk:

$$m + n = n + m.$$

A matematikai mintázatok többsége az absztrakció oly magas fokát képviseli, hogy a szimbolikus jelölések alkalmazása nélkül a megértés egyszerűen lehetetlen lenne. A matematika története egyúttal a megfelelő szimbolizmus keresésének története is.

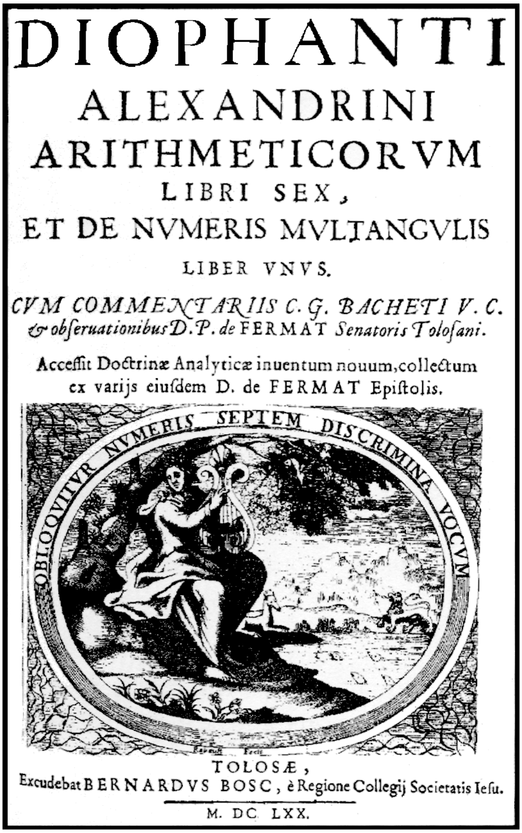
A haladás jelei

Az algebrai jelölésmód első szisztematikus alkalmazója a Kr. e. 250 körül Alexandriában élt Diophantosz, akinek *Aritmetika* című értekezése (0.1. ábra), melynek tizenhárom kötetéből csupán hat maradt fenn, az első algebrai kézikönyv. Diophantosz vezetett be speciális jelölést az ismeretlenre, a hatványozásra, a kivonásra és az egyenlőségre.

Bár napjaink matematikakönyveiben szinte hemzsegnek az absztrakt szimbólumok, ez azonban éppúgy *nem* jelenti a matematika lényegét, mint ahogy a zene valódi mibenléte *sem* a hangjegyek jelölésrendszerében keresendő (0.2. ábra). A kotta a zenedarabot csupán *reprezentálja*, magával a zenével akkor találkozunk, amikor valaki a kotta alapján elénekli, vagy valamely hangszeren eljátssza. Csak az előadás alkalmával válik a zene tapasztalatunk részévé, de ekkor is kizárólag elménkben létezik, nem a nyomtatott kottaoldalakon. Ugyanez áll a matematikára: a szimbólumok a matematikát csupán reprezentálják. A kompetens – ami annyit tesz: matematikailag képzett – olvasó elméjében a matematika éppúgy életre kel, mint a legszebb szimfónia.

A zene és a matematika közötti szembeszökő hasonlóság fényében a legkevésbé sem meglepő, hogy számos matematikus figyelemre méltó zenei vénáról is tanúbizonyságot tesz.

A nyugati civilizáció történetének mintegy két és fél évezrede alatt a matematikát és a zenét ugyanazon érem két oldalának tekintették, az általános felfogás úgy tartotta, hogy az ember mindkettő révén a mindenség titkaiba nyer bepillantást. A két „művészet” egészen a tizenhetedik századig kéz a kézben járt, mígnem a tudományos módszer előretörésével útjaik szétváltak.


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.
CVM COMMENTARIIS C. G. BACHETI V. C.
& obſeruationibus D. P. de FERMAT *Senatoris Toloſani.*
Acceſſit Doctrinæ Analyticæ inuentum nouum, collectum
ex varijs eiuſdem D. de FERMAT Epiſtolis.

TOLOSÆ,
Excudebat BERNARDVS BOSC, è Regione Collegij Societatis Ieſu.
M. DC. LXX.

0.1. ábra. A diophantoszi *Aritmetika* tizenhetedik századi latin nyelvű kiadásának címlapja.

Van azonban egy nagy különbség. Midőn egy virtuóz muzsikus előadja a megtanult darabot, akkor azt mindenki, aki nem teljesen botfülű, képes élvezni. A muzsika élvezetéhez nem szükségesek előtanulmányok.

A matematika azonban kizárólag úgy „élvezhető”, ha megtanuljuk, hogy lehet életet lehelni a szimbólumokba. A matematikai mintázatok és struktúrák éppúgy az elmében találnak visszhangra, mint a zenei formák – az emberekben mégsem fejlődött ki semmiféle „matematikai hallás”. A matematika csupán az „értelem szemével” látható. Fordított esetben nem létezne zenei hallás, s a zene csupán azok számára lenne élvezhető, akik megtanulták, miként kell kottát olvasni.

Az utóbbi években a számítógép-animáció és a videotechnika fejlődésének eredményeként a matematika a kevéssé képzett közönség számára is hozzáférhetővé vált. A hozzáértő szakember a matematikát képes „megjeleníteni” azok számára is, akik máskülönben semmit sem értenének. S bár ez a matematikának

0.2. ábra. A zene, miként a matematika is, az absztrakt struktúrák reprezentálására különleges szimbolizmust használ.

csak bizonyos részterületein valósítható meg, az átlagembert mégiscsak ezen a módon lehet legkönnyebben meggyőzni arról, milyen gyönyörűségben van része a matematikusnak, aki e nélkül is „látja” a mintázatokat.

Amikor látni annyi, mint felfedezni

A számítógépes grafika, amellett, hogy segít az átlagembernek a matematika lényegének megragadásában, néhanapján valódi szolgálatokat is tesz a matematikusnak. A komplex dinamikai rendszerek vizsgálata, amely tudományág úttörői a francia Pierre Fatou és Gaston Julia voltak, a hetvenes évek végén és a nyolcvanas évek elején robbanásszerű fejlődésen ment keresztül: Benoit Mandelbrot és mások ekkor dolgozták ki azokat a számítógépes grafikai módszereket, amelyek segítségével megjeleníthették azokat a struktúrákat, amelyeket francia kollégáik egykor tanulmányoztak. A gyönyörű képek önálló művészeti ág alapjait teremtették meg. Némely efféle struktúrát – az alapítók emlékére – Julia-halmaznak neveznek (0.3. ábra).

A számítógépes grafika egy másik nevezetes alkalmazása 1983-ból való, amikor David Hoffman és William Meeks III amerikai matematikusok vadonatúj minimálfelületet fedeztek fel (1. színes tábla). A minimálfelületekre úgy gondolhatunk, mint végtelenített, „ideális” szappanhártyákra, amelyek a lehető legkisebb felületet foglalják el. A valódi – véges – szappanhártya egy drótkereten mindig minimálfelületet alakít ki. A matematikusok az efféle struktúrák végtelen, absztrakt analogonjait már kétszáz éve vizsgálták, de – Hoffman és Meeks felfedezéséig – csupán három különböző minimálfelületet ismertek. Mára, hála a vizuális megjelenítésnek, sok-sok újat fedeztek fel. Az elmélet alapját tradicionális, az algebrából és az analízisből kölcsönzött technikák képezik, a számítógépes grafika a matematikusokat éppen abban segítette, hogy „képet” kapjanak, melyek lehetnek a helyes módszerek.

Az algebrai jelölés nélkül matematika nem létezhetne. Az ember kognitív képességei ilyenek: valamely absztrakt struktúra azonosítása és a leírására alkalmas szimbolizmus kidolgozása nem választható el egymástól, ugyanazon érem két oldalát képezik.

Midőn egy absztrakt objektumot betűvel, szóval vagy képpel jelölünk, azzal arra utalunk, hogy *önálló entitásról* van szó. Ha a „7” számjelet használjuk a hetes szám jelölésére, csak úgy lehetséges, hogy képesek vagyunk a hetes számra, mint önálló entitásra gondolni; ha azt mondjuk, jelöljön m tetszőleges egész számot, akkor nyilvánvaló, hogy rendelkezünk az egész szám *fogalmával*. Ha a megfelelő jelölést megtaláljuk, maguk az absztrakt fogalmak is könnyebben kezelhetők.

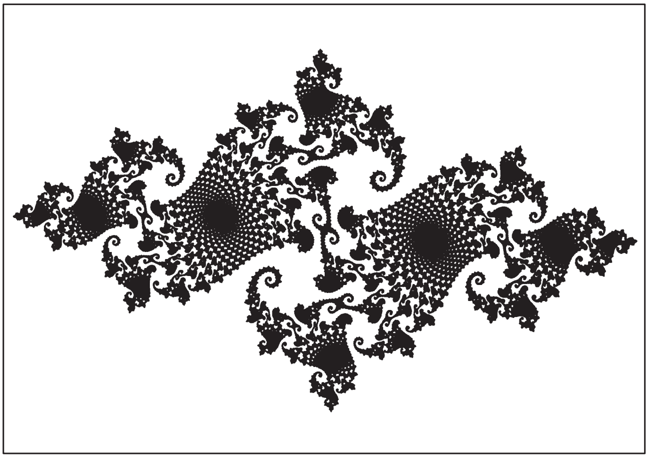
A matematikai szimbolizmus nyelvi-fogalmi aspektusa manapság többnyire háttérbe szorul. Gyakran halljuk, hogy a matematika sokkal érthetőbb lenne az absztrakt jelölésrendszer nélkül – ez viszont éppen akkora csacsiság, mintha úgy vélnénk, Shakespeare művei sokkal könnyebben érthetőek lennének, ha a mindennapok nyelvén szólnának hozzánk.

Az absztrakció magas foka, s a vizsgálódásokban alkalmazott absztrakt jelölésrendszer sajnos a matematika legtöbb – ha nem valamennyi – területét örökre elérhetetlenné teszi a nemszakmabeliek előtt. De még a legkönnyebben megközelíthető területekről is, olyanokról, amilyeneket e könyv és az ehhez hasonlók tárgyalnak, csupán hozzávetőleges képet tárhatunk az avatatlanok elé, a valódi szépséget csak részlegesen tudjuk visszaadni. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a matematikusok, akik képesek meglátni a matematikai szimbólumok mögött rejlő szépséget, meg sem kísérelhetik megosztani embertársaikkal az egyszerűség, a pontosság, a tisztaság és az elegancia érzését, a matematikai mintázatokban rejlő esztétikumot.

A szimbólumokban rejtőző szépség

1940-ben megjelent, *Egy matematikus apológiája* című könyvében a jeles angol matematikus, G. H. Hardy következőket írja:

> A matematika mintázatai, miként a festők vagy a költők mintázatai, *szépek*, a fogalmaknak éppúgy, mint a színeknek vagy a szavaknak, harmonikusan kell egymáshoz kapcsolódniuk. A szépség az első kritérium, a rút matematikának nincs létjogosultsága. (...) A matematikai szépség nem egykönnyen *definiálható* – de a szépség más válfajai sem. Lehet, hogy nem tudjuk megragadni, miben is rejlik egy vers szépsége – de a verset olvasva, képesek vagyunk felismerni azt.



0.3. ábra. Julia-halmaz.

A szépség, amelyről Hardy beszél, az esetek túlnyomó részében elvont, *belső* szépség, az absztrakt logikai struktúra szépsége, mely csupán az avatatott szem előtt tárul fel. Bertrand Russell, a híres angol filozófus és matematikus szerint e szépség „hideg és szigorú”; 1918-as *Miszticizmus és logika*[1] című könyvében ezt olvashatjuk:

> A matematikát, ha helyesen fogjuk fel, nemcsak igazság, hanem egyszersmind magasrendű szépség is jellemzi: hideg és szigorú, a szobrászatéhoz hasonló szépség, mely nem fordul gyöngébb természetünk egyetlen részéhez sem, s amely nélkülözi a festészet és a zene elkápráztató kellékeit, viszont fenségesen tiszta, és oly szigorú tökélyre képes, amilyent csak a legnagyobb művészet tud felmutatni.

A matematika, a mintázatok tudománya egyfajta „világ-nézet”, s e „világ” a fizikai-biológiai-társadalmi külvilágot éppúgy magába foglalja, mint elménk és gondolataink belső világát. Legfényesebb sikereit a matematika a fizika területén könyvelhette el, gyakran emlegették a (természet)tudományok királynőjeként – vagy azok szolgálóleányaként. Midőn azonban a matematikát tanulmányozzuk, egyszersmind önmagunkat is górcső alá vesszük, elvégre a matematika ízig-vérig emberi alkotás. A számok, a pontok, az egyenesek és a síkok, a felületek, a geometriai alakzatok és a függvények egyaránt tiszta absztrakciók, amelyek csupán az emberiség kollektív tudatában léteznek, a való világban elvétve sem találkozhatunk velük. A matematika tételeinek abszolút bizonyossága és a matematikai

[1]Magyar kiadása: Budapest, Helikon, 1976. Ford. Márkus György. Az idézet ‘A matematika tanulmányozása’ című írásból való, 96–97. o.

igazság örökérvényűsége azt támasztja alá, hogy a matematikai mintázatok az emberi elmében éppoly kiemelt fontossággal bírnak, mint a fizikai világban.

Abban a korszakban, amikor a tudományos vizsgálódás mindenekelőtt az égbolt tanulmányozását jelentette, Galilei a következőket írta:

> A Természet nagy könyve csak azok előtt áll nyitva, akik ismerik a nyelvet, amelyen írva van: a matematika nyelvét.

A modern korban az érdeklődés középpontjába az atomi jelenségek kerültek, s e pozíciójukat nemzedékeken keresztül meg is tartották. Galilei hitvallása azonban érvényben maradt: John Polkinhorne, cambridge-i fizikus szerint:

> A matematika az absztrakt kulcs, amely az univerzum kapuját nyitja.

Az információ, a kommunikáció és a számítógépek korában a matematikának újabb és újabb zárak nyitját kell megtalálnia. Nincs életünknek olyan területe, amelyre a matematika – kisebb vagy nagyobb mértékben – ne lenne hatással. Az általa tanulmányozott absztrakt mintázatok a gondolkodásnak, a kommunikációnak, a számítástudománynak, a társadalomnak, de magának az életnek is a lényegi vonásait ragadják meg.

A láthatatlan megjelenítése

A „mi a matematika?” kérdésre tehát „a matematika a mintázatok tudománya” szlogennel válaszoltunk. Hasonló frappáns válasz adható a matematika lényegét érintő másik alapvető kérdésre is, amely így szól: *mivel foglalkozik a matematika?*, mit is nyerünk akkor, ha valamely absztrakt struktúrát a matematika eszközeivel tanulmányozunk? A válasz: *a matematika a láthatatlant jeleníti meg.*

Hadd illusztráljam ezt néhány példával.

Matematika nélkül soha nem értenénk meg, mi tartja a jumbo jetet a magasban. Mindannyian tudjuk, hogy nagyméretű, fémből készült tárgyak nem maradnak fenn a levegőben anélkül, hogy valami tartaná őket. Amikor azonban a gép felszáll, alatta semmi nem látható, ami felemelhetné. E „láthatatlant” a tizennyolcadik században Daniel Bernoulli által felfedezett – s az ő nevét viselő – egyenlet jeleníti meg.

S amikor a repülőgépen utazunk, mi az oka, hogy minden elejtett tárgy, amelyet semmi nem tart a levegőben – az egy repülőgépet leszámítva – azonnal leesik? Készek vagyunk a válasszal: a gravitáció. Ezzel azonban csak nevet adtunk a jelenségnek, amivel a megértéshez nem kerültünk közelebb. Azt is mondhattuk volna: „varázslat”. A gravitáció megértéséhez „látnunk” kell – s Newton törvényei pontosan ebben vannak segítségünkre. A tizenhetedik századból való newtoni matematika „megmutatja”, milyen erő hatására kering a Föld a Nap körül, s miért esik le az érett alma a fáról.

Bernoulli és Newton egyenletei egyaránt a matematikai analízis eszköztárát használják. Az analízis pedig a végtelen kicsiny mennyiségek, tehát megint valami láthatatlan megjelenítése.

Egy másik példa. Két évezreddel az űrkorszak beköszönte előtt Eratoszthenész, a híres görög matematikus-csillagász a matematika eszközeivel bizonyította be, hogy a Föld gömbölyű. Mi több, bolygónk átmérőjét is meghatározta, legalább 90% pontossággal.

Napjainkban ehhez fogható tudományos eredményt könyvelhetnénk el, ha képesek lennénk megállapítani, vajon görbült-e az univerzum. A matematika és a hatalmas távcsövek segítségével az univerzum távoli szegleteit is „látjuk", s számos csillagász van azon a véleményen, hogy hamarosan eljön a nap, amikor bármely téridőbeli görbületet pontosan meg tudunk majd határozni.

Ennek jelentőségét pedig nemigen lehetne eltúlozni. Ha ismernénk a szóban forgó görbület pontos értékét, egyúttal bepillantást nyernénk az univerzum történetének kezdeti szakaszába, „megjelenítve" ezzel a Nagy Bumm örökre a múlt titokzatos homályába tűnt pillanatait.

Térjünk vissza azonban a jelenbe. Hogyan „tehetnénk láthatóvá", mi is az, aminek közvetítésével a város másik részén játszott focimeccs egyszerre csak megjelenik televíziónk képernyőjén? A válasz megint készen áll: speciális elektromágneses rádióhullámok játsszák a hírvivő szerepét. Ezzel azonban, pontosan úgy, ahogy a gravitáció esetében, nem mondunk többet egy puszta névnél, s attól, hogy valamely jelenségcsoportnak hangzatos nevet adunk, az még nem válik automatikusan „láthatóvá". A láthatatlan rádióhullámokat Maxwell tizenkilencedik században felfedezett egyenletei „mutatják meg" valódi mivoltukban.

További mintázatok, melyeket a matematika jelenít meg:

- A görögök matematikai eszközökkel ragadták meg a különféle zenei mintázatokat.
- A drámai előadás bizonyos absztrakt vonásait Arisztotelész matematikai példákkal illusztrálta.
- Az 1950-es években Noam Chomsky matematikai eszközökkel vizsgálta a szavak azon absztrakt mintázatait, amelyek alapján az értelmes mondatokat mindannyian felismerjük. Az antropológia határterületeként számon tartott nyelvészet ezzel egy csapásra igazi, egzakt tudománnyá vált.

Végül, de nem utolsósorban a matematika arra is képessé tesz minket, hogy lássuk, mit hoz a jövő:

- A valószínűségszámítás és a statisztika segítségével a választások eredményei megdöbbentő pontossággal megjósolhatók.
- A matematikai analízis a holnapi időjárás kiszámításában is segítségünkre van.
- A piacelemzők különféle matematikai eszközöket felhasználva próbálják kiszámítani az árfolyammozgásokat.

– A biztosítótársaságok újfent a valószínűségszámítás és a statisztika módszereivel becslik meg az eljövendő években bekövetkező balesetek számát, s díjaikat ezekhez a becsült adatokhoz igazítják.

A jövő is egyfajta „láthatatlan”, amelynek megjelenítése a matematika nélkül lehetetlen lenne. Jóslataink persze nem mindig válnak be, előrejelzéseink nem mentesek a tévedésektől. A matematika nélkül azonban még ennyire sem lennénk képesek.

A láthatatlan univerzum

Világunk a modern technika világa. A földkerekség minden pontján hidak, felhőkarcolók és távvezetékek épülnek, az utakon autók száguldanak, az égen repülőgépek szállnak. A kommunikáció egykor a felek fizikai közelsége nélkül lehetetlen volt – manapság matematikailag kódolt, digitális jelekké alakított üzeneteink a fény sebességével száguldanak az optikai kábelekben és az éterben. A matematikai alapokon működő számítógépek életünk minden területén jelen vannak: nem csupán az íróasztalunkon, de mikrohullámú sütőnkben, autónkban, a gyerekjátékokban és a szívritmus-szabályozó berendezésekben. A statisztika módszerei befolyásolják, mit fogunk enni, melyik műsort nézhetjük meg a televízióban, s mely politikusokra nyílik majd lehetőségünk szavazni a legközelebbi választáson. Az ipari korszak fő energiaforrásait a gépekben elégetett fosszilis tüzelők nyújtották – az információs társadalom korában a rendszert mozgásban tartó legfontosabb „üzemanyag”: a matematika.

S miközben a matematika egyre inkább áthatja életünket, lassan teljesen eltűnik szem elől, egyfajta láthatatlan univerzumként támogatva ügyes-bajos dolgainkat. Miként minden természeti jelenség láthatatlan erők hatásának van alávetve, a modern kor embere is egy láthatatlan univerzum polgára: ezt a mindenséget a matematika teremtette, törvényei a matematika múlhatatlan szabályai.

E könyv utazásra hívja az Olvasót: nézzen körül e láthatatlan univerzumban. Meglátja, miként tárhatják fel önnön eszközei e láthatatlan világ titkait, úgy érzi majd magát, mint egy távoli, ismeretlen földrészre tévedt utazó. De legyen e vidék mégoly különös, mégsem messzi-messzi táj: mindannyian itt élünk.