

| Fogalomtár

ARMA folyamatok

A Gauss–Markov folyamatok általánosításának tekinthetők. Az ARMA az AutoRegressive-MovingAverage azaz Autoregresszív-Mozgóátlag folyamat rövidítése. Az autoregresszív folyamatokban, a Gauss-Markov folyamatoktól eltérően a jelenre nem csak az őket közvetlenül megelőző állapot, hanem a múlt valamilyen véges hosszúságú szelete hat. Mozgóátlag folyamatot pedig fehér zaj folyamatok mozgó átlagaiként állíthatunk elő.

ARIMA folyamatok

Ha egy idősor nem stacionárius, akkor erre nem illeszthetünk stacionárius ARMA folyamatot. Ha azonban az idősort megfelelő számú differenciálásnak vetjük alá, akkor általában stacionárius folyamatot kapunk. Az erre a differenciált folyamatra illesztett stacionárius ARMA modellt nevezzük integrált autoregresszív mozgóátlag, azaz ARIMA modellnek.

Attraktor

A fázistér olyan halmaza, amely felé valamely dinamikus rendszer által befutott pályák közelednek. Az attraktor azokat a pályákat vonzza, amelyek az attraktor úgynevezett vonzási tartományába esnek. Szokás szerint megkülönböztethetünk fixpont attraktort, határciklust és kaotikus vagy más szóval különös attraktort.

Bifurkáció

A paraméterek megváltozása következtében, a nemlineáris rendszerek időbeli viselkedésében bekövetkező hirtelen kvalitatív változás. Előfordulhat például, hogy egy asszimptotikusan stabil fixpont stabilitása egy meghatározott küszöbértéknél megszűnik, és szerepét valamilyen határciklus veszi át. A dinamikus rendszer időbeli viselkedése ekkor egy meghatározott fix

értékhez való közeledés helyett periodikus mozgásra vált át. A bifurkáció legismertebb példája a perióduskettőző bifurkációk káoszhoz vezető sorozata.

Bolyongási folyamat

Egy diszkrét paraméterű sztochasztikus folyamatról akkor mondjuk, hogy bolyongási folyamat, ha valamilyen fehér zaj folyamat kumulált folyamatának tekinthető.

Cantor halmaz

Ezt az alakzatot eredetileg 1883-ban Georg Cantor német matematikus a nullmértékű, de kontinuum számosságú halmazok első példájaként alkotta meg. Előállításakor a $[0, 1]$ intervallumból indulunk ki. Ebből első lépésként kivágjuk a középső harmadában fekvő nyílt intervallumot. Ezzel két darab egyharmad hosszúságú intervallumhoz jutunk, amelyekkel az eljárás megismételhető. Ezt az eljárást az egyre szaporodó és rövidülő intervallumokkal végtelen sok lépésen keresztül ismételve határalakzatként jutunk el a Cantor halmazhoz. Napjainkra a Cantor halmaz a klasszikus fraktálok egyikeként vált széles körben ismertté. Fraktál dimenziója körülbelül 0,63.

Ergodikus rendszerek

Az olyan rendszereket nevezik ergodikusoknak, amelyek időben bejárják az állapotter összes lehetséges állapotát. Kvázi-ergodikus rendszerről beszélünk, ha a rendszer pályája „tetszőlegesen közel” kerül az állapotter (fázistér) minden pontjához.

Fázistér

A dinamikus rendszert meghatározó közönséges differenciálegyenletekben szereplő változókat állapotváltozóknak nevezzük. Ha minden állapotváltozót külön koordinátatengelyre mérünk fel, akkor kapjuk az állapotteret vagy fázisteret. Egy egyszerű inga esetében például a fázistér kétdimenziós. Tengelyeit a mozgó inga pillanatnyi helyzete és mindenkori sebessége szolgáltatják. Egy egyszerű aggregált gazdasági-növekedési modell esetében valamilyen szintetikus mutatószám, például a GDP illetve ennek időbeli változása feszítheti ki a fázisteret.

Fehérzaj

Az olyan diszkrét paraméterű sztochasztikus folyamatot, amely független és egyforma eloszlású valószínűségi változók összességéként áll elő teljesen véletlen vagy fehér zaj folyamatnak nevezzük.

Fourier-spektrum

Ha valamely $g(t)$ periodikus folyamat Fourier-sorában szereplő rezgések amplitúdóit az $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ számoknál rendre felmértjük, akkor a periodikus folyamat (vonalas) Fourier-spektrumát kapjuk. Nem periodikus folyamat a Fourier-sor helyett Fourier-integrál alakjában állítható elő, amelyben a korábbi diszkrét amplitúdók helyébe egy folytonos amplitúdófüggvény lép. Nem periodikus folyamat Fourier spektruma ezért folytonos lesz.

Fourier-tétel

A gyakorlatban előforduló $g(t)$ periodikus folyamatok igen széles körére igaz, hogy egyértelműen előállíthatók olyan, megfelelő amplitúdókkal és fázisállandókkal bíró harmonikus rezgések összegeként, amelyek körfrekvenciái az adott rezgés ω körfrekvenciája illetve ennek egész számú sokszorosai. Az így kapott Fourier-sor általában végtelen tagú. A gyakorlatban azonban a $g(t)$ függvényt már a sor első néhány tagjának összege jól közelíti. A sor tagjait alkotó harmonikus rezgéseket részrezgéseknek, az ω körfrekvenciájút alaprezgésnek, a többit felharmonikusoknak nevezzük.

Fraktálok

Olyan első pillantásra bonyolult szerkezetűnek látszó szabálytalan alakzatok, amelyek a legkülönbébb léptékben megfigyelve is ugyanúgy néznek ki. A legtöbb esetben természetesen nem tökéletes egyezéstről, hanem statisztikus értelemben vett önhasonlóságról van szó. Egy fraktál megfigyelt felülete vagy kerülete hatványfüggvényszerű összefüggést mutat az alkalmazott felbontással. Egy fraktál fraktáldimenziója kisebb az alakzatot tartalmazó tér beágyazási dimenziójánál és nem feltétlenül egész szám. A kaotikus attraktorok fraktálok.

Hausdorff-dimenzió

A fraktáldimenzió egyik típusa. Egy metrikus tér valamely részhalmaza esetén definiálhatjuk annak lefedésekkel megadható m -dimenziós Hausdorff-mértékét. Ez a mennyiség az m paraméter majdnem minden értékére végtelen vagy nulla lesz. Belátható, hogy létezik olyan m_0 nem negatív paraméter, amelynél kisebb paraméterekre a Hausdorff-mérték végtelen, és amelynél nagyobb paraméterértékekre a Hausdorff-mérték nulla lesz. Ezt az m_0 számot nevezzük a kérdéses halmaz Hausdorff-dimenziójának. Szemléltetésként elég arra gondolnunk, hogy egy egyszerű négyzet egydimenziós mértéke – hosszúsága – végtelen, míg háromdimenziós mértéke – térfogata – nulla lesz. Kétdimenziós mértéke, a területe ugyanakkor –

összhangban azzal a meggyőződésünkkel, hogy egy négyzet kétdimenziós alakzatnak tekinthető – valamilyen véges szám.

Intermittencia

A káosz megjelenésének a periódus-kettőződéstől eltérő, s az úgynevezett tangens bifurkációhoz kapcsolódó útja. Ennek során meghatározott rögzített paraméterérték mellett a dinamikus rendszer sokáig szabályosnak, periodikusnak tűnő viselkedése hirtelen szabálytalan viselkedésbe vált át és viszont.

Iteratív fogolydilemma

A játékelmélethez jól ismert fogolydilemma általánosítása arra az esetre, amikor a játékosok többször is találkoznak ismételt szembesüléssel a versengés, illetve kooperáció dilemmájával. Robert Axelrod amerikai politológus 1979-ben kimutatta, hogy az a „barátságos” ugyanakkor „baleknek” sem tekinthető, s mégis „megbocsátó” stratégia, amely első lépésben kooperál, majd ugyanazt lépi, amit partnere az előző menetben lépett a legsikeresebbnek bizonyult a többmenetes fogolydilemma-helyzet megoldásában.

Kváziperiodikus mozgás

Olyan összetett mozgás, amelyet legalább kettő nem összemérhető periódusidő jellemez.

Léptékinvariancia

A fraktálok, azaz a statisztikusan önhasonló és nem térkitöltő alakzatok jellemzője.

Ljapunov-kitevő

Valamely dinamikus rendszer egymáshoz közeli állapotaiból indított pályáinak távolodási sebességét méri. Ha a Ljapunov-exponens pozitív, akkor a pályák exponenciálisan távolodnak egymástól, a rendszer az adott kiindulópontban instabil. Kaotikusnak azokat a pályákat tekintjük, amelyekben az instabilitás a mozgás során végig megfigyelhető. Ebben az esetben az úgynevezett átlagos Ljapunov-exponens is pozitív lesz. Minél nagyobb az átlagos Ljapunov-exponens a mozgás annál kaotikusabb.

Logisztikus leképezés

Egy egyszerű $y = bx(1 - x)$ formulával megadható, másodfokú egyváltozós, differenciálható leképezés. Régóta kiterjedten használják bizonyos

egyszerű populációdinamikai mozgások modellezésére. A formulában szereplő b paraméter különböző értékeire nagyon sokféle – a $3,37 \leq b \leq 4$ paramétertartományban éppen kaotikus – dinamikát állít elő.

Lópatkó leképezés

Stephen Smale amerikai matematikus leleménye. A síkon egy négyzetnek egy lópatkó formájú alakzatra történő kölcsönösen egyértelmű, folytonos leképezése. Feltesszük, hogy a kiinduló négyet pontjainak távolsága a leképezés hatására vízszintes irányban csökken, míg függőleges irányban nő. A lópatkó leképezés kaotikus pályákat állít elő.

Nemlineáris rendszer

Olyan rendszer, amelynek válasza nem arányos a kiváltó okkal. Mozgásegyenleteiben nemlineáris összefüggések szerepelnek.

Periódus-kettőződés

A káosz kialakulásának gyakori módja. Ennek során valamely paraméter megváltozása következtében a határciklus periódusa mindig megkétszereződik.

Phillips görbe

Eredetileg, a hatvanas évek elején arra találták ki, hogy a munkanélküliség és az infláció közti kapcsolatot ábrázolja. Azt feltételezték, hogy az infláció és a munkanélküliség között rövidtávon átváltás van. Aki kisebb inflációt akar, annak bele kell törődnie a nagyobb munkanélküliségbe és fordítva a kisebb munkanélküliséget a nagyobb inflációval kell megfizetni. Az infláció tehát a munkanélküliségnek csökkenő, a foglalkoztatottságnak pedig természetesen növekvő függvénye. Legegyszerűbb azt feltételeznünk, hogy ez a kapcsolat lineáris.

Random walk

Lásd a bolyongási folyamatot.

Sierpinski-háromszög

A klasszikus fraktáloknak a Cantor-halmaz mellett talán legismertebb példája. Előállításánál általában egy szabályos háromszögből indulunk ki. Ezt a háromszöget az oldalak felezőpontjainak segítségével négy darab egyenlő oldalú háromszögre bontjuk, amelyek közül eltávolítjuk a középsőt. A megmaradt három kis méretű szabályos háromszöggel az eljárást

megismételjük, majd a kapott újabb háromszögekkel újra és újra végrehajtjuk. Az eljárást végtelen sok lépésen keresztül ismételve határalakzatként jutunk el a Sierpinski-háromszöghöz.

Volterra–Lotka modellek

Egymással interakcióval lévő populációk időbeli dinamikáját írják le. Legismertebb közülük a populációdinamikában, de a fertőző betegségek és általában a mintakövetéses folyamatok leírására is használatos Volterra–Lotka féle préda-ragadozó modell. Ennek adaptálásával alkotta meg R. M. Goodwin a maga közgazdasági ciklus modelljét.