

## Függelék

### A valószínűségszámítás fogalmai, tételei és formulái, nevezetes eloszlások paraméterei, táblázatok

**Az  $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$  valószínűségi mező Kolmogorov-féle axiómái**

- (i) Adva van egy nem üres  $\Omega$  halmaz (az eseménytér),  $\Omega$  elemeit elemi eseményeknek nevezzük, és  $\omega$ -val jelöljük.
- (ii) Ki van tüntetve az  $\Omega$  részhalmazainak egy  $\mathcal{A}$  algebrája ( $\Omega \in \mathcal{A}, A \in \mathcal{A} \Rightarrow \Omega \setminus A \in \mathcal{A}, A \in \mathcal{A}$  és  $B \in \mathcal{A} \Rightarrow A \cup B \in \mathcal{A}$ ).
- (iii)  $\mathcal{A}$   $\sigma$ -algebra, azaz  $A_k \in \mathcal{A}$  ( $k = 1, 2, \dots$ )  $\Rightarrow \cup_{k=1}^{\infty} A_k \in \mathcal{A}$ .
- (iv) Minden  $A \in \mathcal{A}$  eseményhez hozzá van rendelve egy  $\mathbb{P}(A)$  nemnegatív szám, az  $A$  esemény valószínűsége.
- (v)  $\mathbb{P}(\Omega) = 1$ .
- (vi) Ha  $A_k \in \mathcal{A}$  ( $k = 1, 2, \dots$ ) páronként egymást kizáró események, akkor  $\mathbb{P}(\cup_{k=1}^{\infty} A_k) = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_k)$ .

**Szita-formula**

$$\mathbb{P}(A_1 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} S_k^{(n)},$$

ahol  $n \geq 2$  és

$$S_k^{(n)} := \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n} \mathbb{P}(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}).$$

**Események függetlensége** Az  $A_1, \dots, A_n$  események páronként (illetve teljesen) függetlenek, ha minden  $1 \leq j < k \leq n$  párra  $\mathbb{P}(A_j \cap A_k) = \mathbb{P}(A_j) \cdot \mathbb{P}(A_k)$

(illetve minden  $1 \leq k \leq n$  egészre és  $1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq n$  indexsorozatra  $\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \cdot \dots \cdot \mathbb{P}(A_{i_k})$ ). A teljes függetlenség implikálja a páronkénti függetlenséget.

**Feltételes valószínűség:**  $\mathbb{P}(A|B) := \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$ , ha  $\mathbb{P}(B) > 0$ .

**Teljes eseményrendszer:**  $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}$ ,  $\mathbb{P}(A_i \cap A_j) = 0$  ha  $i \neq j$  és  $\mathbb{P}(\cup_{i=1}^n A_i) = 1$ .

**Bayes tétele:** Ha  $A_1, \dots, A_n$  teljes eseményrendszer és  $\mathbb{P}(B) > 0$ :

$$\mathbb{P}(A_j|B) := \frac{\mathbb{P}(B|A_j) \cdot \mathbb{P}(A_j)}{\sum_{k=1}^n \mathbb{P}(B|A_k) \cdot \mathbb{P}(A_k)}, \quad (j = 1, \dots, n).$$

**Valószínűségi változó:** Az  $\Omega$  halmazon értelmezett olyan  $X(\omega)$  valós értékű függvény, amelyre  $\{\omega : X(\omega) < x\} \in \mathcal{A}$  minden valós  $x$ -re. Ha  $X$  értékkészlete megszámlálható halmaz, akkor diszkrét valószínűségi változóról beszélünk.

Az  $X_1, \dots, X_n$  valószínűségi változók páronként (illetve teljesen) függetlenek, ha a  $\{X_1(\omega) < x_1\}, \dots, \{X_n(\omega) < x_n\}$  események páronként (illetve teljesen) függetlenek  $x_1, \dots, x_n$  minden értékére.

**Eloszlás (általános eset):** Az  $X$  valószínűségi változó  $F_X$  eloszlásfüggvénye:

$$F_X(x) := \mathbb{P}(X < x).$$

$F_X(x)$  monoton nemcsökkenő balról folytonos függvény,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F_X(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} F_X(x) = 1.$$

Az  $X$  alsó indexet csak akkor tesszük ki, ha több különböző valószínűségi változó eloszlásáról van szó.

1. *Diszkrét eset.*

Az  $X$  valószínűségi változó – melynek értékkészlete  $x_0, x_1, \dots$  – eloszlása:

$$p_j := \mathbb{P}(X = x_j), \quad j = 0, 1, \dots$$

2. *Abszolút folytonos eset.*

Ha  $F_X(t) = \int_{-\infty}^t F_X'(x)dx$ , akkor az

$f_X(x) := F_X'(x)$  függvény az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfüggvénye.

**Eloszlások konvolúciója:**

1. *Diszkrét eset.*

Ha az  $X$  és  $Y$  *nemnegatív egész értékű* valószínűségi változók függetlenek  $(p_i)$  és  $(q_j)$  eloszlásokkal, akkor a  $Z = X + Y$  valószínűségi változó eloszlása  $(r_k)$ :

$$r_k = \sum_{i=0}^k p_i \cdot q_{k-i} = \sum_{j=0}^k p_{k-j} \cdot q_j.$$

2. *Abszolút folytonos eset.*

Ha  $X$  és  $Y$  független valószínűségi változók, akkor

$$f_{X+Y}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(z-y) \cdot f_Y(y)dy = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot f_Y(z-x)dx.$$

**Valószínűségi változó függvényének eloszlása:** (Csak az abszolút folytonos esetet vizsgáljuk.) Legyen  $\psi(x)$  szigorúan monoton, differenciálható függvény, tegyük fel, hogy minden  $x$ -re  $\psi'(x) \neq 0$ . Ha  $f_X(x)$  az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfüggvénye, akkor  $Y = \psi(X)$  sűrűségfüggvénye:

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(\psi^{-1}(y)) \cdot \left| \frac{d\psi^{-1}(y)}{dy} \right|, & \text{ha } \inf \psi(x) < y < \sup \psi(x), \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$

**Független valószínűségi változók szorzatának, illetve hányadosának a sűrűségfüggvénye:**

Legyen  $X$  és  $Y$  két abszolút folytonos eloszlású független valószínűségi változó  $f(x)$  és  $g(y)$  sűrűségfüggvényekkel. Ekkor  $Z = XY$  sűrűségfüggvénye:

$$h(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{z}{y}\right) g(y) \frac{dy}{|y|},$$

és  $Z = \frac{X}{Y}$  sűrűségfüggvénye:

$$k(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(zy)g(y)|y|dy,$$

amennyiben a fenti integrálok léteznek.

### Valószínűségi változó momentumai

1. *Diszkrét eset.* Ha  $(p_k)$  az  $X$  valószínűségi változó eloszlása, az

$$m_{n,X} := \sum_{k=0}^{\infty} x_k^n \cdot p_k$$

összeget (amennyiben az abszolút konvergencia)  $X$   $n$ -edik momentumának nevezzük, míg az

$$m_{n,X}^c := \sum_{k=1}^{\infty} (x_k - m_{1,X})^n \cdot p_k$$

összeget  $X$   $n$ -edik centrális momentumának nevezzük.

2. *Abszolút folytonos eset.* Ha  $f(x)$  az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfüggvénye, az

$$m_{n,X} := \int_{-\infty}^{\infty} x^n \cdot f(x) dx$$

integrált (amennyiben létezik)  $X$   $n$ -edik momentumának nevezzük, míg a

$$m_{n,X}^c := \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_{1,X})^n \cdot f(x) dx$$

integrált  $X$   $n$ -edik centrális momentumának nevezzük.

$X$  alsó indexet csak akkor tesszük ki, ha több különböző valószínűségi változó momentumáról van szó.

Ha  $X$  és  $Y$  független valószínűségi változók, akkor

$$m_{n,X \cdot Y} = m_{n,X} \cdot m_{n,Y}.$$

Ha  $k < n$  és  $m_n$  létezik, akkor  $m_k$  is létezik.

### Várható érték, szórásnégyzet

Az  $X$  valószínűségi változó várható értéke:  $\mathbb{E}(X) := m_1$ , szórásnégyzete:  $\mathbb{D}^2(X) := m_2^c$ , szórása pedig  $\mathbb{D}(X) := \sqrt{\mathbb{D}^2(X)}$ .

Legyen  $\psi(x)$  egy tetszőleges valós értékű függvény, ekkor

$$\mathbb{E}(\psi(X)) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} \psi(x_k) \cdot p_k, & \text{ha } X \text{ diszkrét,} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \cdot f(x) dx, & \text{ha } X \text{ abszolút folytonos,} \end{cases}$$

amennyiben a jobb oldalon álló összeg (integrál) létezik.

Ha  $X$  és  $Y$  tetszőleges valószínűségi változók, amelyeknek létezik a várható értékük, akkor  $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$ .

Ha  $X_1, \dots, X_n$  páronként független valószínűségi változók, akkor  $\mathbb{D}^2(X_1 + \dots + X_n) = \mathbb{D}^2(X_1) + \dots + \mathbb{D}^2(X_n)$ , ha a jobb oldal létezik.

A Steiner-képlet:

$$\mathbb{D}^2(X) = m_{2,X} - (\mathbb{E}(X))^2.$$

### Kovariancia, korrelációs együttható

Az  $X$  és  $Y$  valószínűségi változók  $\text{Cov}(X, Y)$  kovarianciáját illetve  $\text{Corr}_{X,Y}$  korrelációs együtthatóját az alábbi képletek definiálják:

$$\text{Cov}(X, Y) := \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))] \quad \text{illetve} \quad \text{Corr}_{X,Y} := \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\mathbb{D}(X) \cdot \mathbb{D}(Y)}.$$

Ha  $X$  és  $Y$  függetlenek, akkor  $\text{Cov}(X, Y) = \text{Corr}_{X,Y} = 0$ . A Steiner-képlethez hasonló képlet igaz a kovarianciára is:

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}(X \cdot Y) - \mathbb{E}(X) \cdot \mathbb{E}(Y).$$

### A generátorfüggvény

A  $(p_j)$  eloszlású  $X$  nemnegatív egész értékű diszkrét valószínűségi változó  $G_X(s)$  generátorfüggvénye:

$$G_X(s) := \mathbb{E}(s^X) = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \cdot p_k,$$

ahol  $s$  komplex változó.  $G_X(s)$  analitikus az egységkörben,  $G_X(1) = 1$ ,  $G'_X(1) = \mathbb{E}(X)$ .

Ha az  $X_1, \dots, X_n$  valószínűségi változók teljesen függetlenek, akkor

$$G_{X_1 + \dots + X_n}(s) = G_{X_1}(s) \cdot \dots \cdot G_{X_n}(s).$$

Ha  $X, X_1, X_2, \dots$  azonos eloszlású, teljesen független valószínűségi változók, és  $v$  tőlük független nemnegatív egész értékű valószínűségi változó, akkor

$$G_{X_1 + \dots + X_v}(s) = G_v(G_X(s)).$$

A generátorfüggvény egyértelműen meghatározza az eloszlást:

$$p_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{ds^n} G_X(s) \Big|_{s=0}, \quad n = 1, 2, \dots$$

### A karakterisztikus függvény

Az  $X$  valószínűségi változó  $\varphi_X(t)$  karakterisztikus függvénye:

$$\varphi_X(t) := \mathbb{E}(e^{itX}) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} e^{itx_k} \cdot p_k, & \text{ha } X \text{ diszkrét,} \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} \cdot f_X(x) dx, & \text{ha } X \text{ abszolút folytonos,} \end{cases}$$

ahol  $i$  az imaginárius egység.

Ha  $X$  diszkrét és nemnegatív egész értékészletű, akkor  $\varphi_X(t) = G_X(e^{it})$ .

A  $\varphi_X(t)$  a  $t$ -nek a  $(-\infty, \infty)$  intervallumon egyenletesen folytonos függvénye,  $\varphi_X(0) = 1$ ,  $|\varphi_X(t)| \leq 1$  minden  $t$ -re,  $\varphi_{a+bX}(t) = e^{ita} \varphi_X(bt)$ .

$$m_{n,X} = (-i)^n \frac{d^n}{dt^n} \varphi_X(t) \Big|_{t=0},$$

ha az  $n$ -edik momentum létezik. Ha az  $X_1, \dots, X_n$  valószínűségi változók teljesen függetlenek, akkor

$$\varphi_{X_1+\dots+X_n}(t) = \varphi_{X_1}(t) \cdots \varphi_{X_n}(t).$$

A karakterisztikus függvény egyértelműen meghatározza az eloszlást; abszolút folytonos eloszlás esetén, ha  $|\varphi_{X_n}(t)|$  integrálható:

$$f_X(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} \varphi_X(t) dt.$$

### Nevezetes diszkrét eloszlások

1.  $X \sim I(p)$  ( $0 < p < 1$ ): *Bernoulli-eloszlás* (egyszerű alternatíva).

$$\mathbb{P}(X = 1) = p, \quad \mathbb{P}(X = 0) = q, \quad p + q = 1.$$

$$\mathbb{E}(X) = p, \quad \mathbb{D}^2(X) = p \cdot q, \quad G(s) = q + p \cdot s.$$

2.  $X \sim \mathcal{B}_n(p)$  ( $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < p < 1$ ): *Binomiális eloszlás* ( $n$  független Bernoulli összege).

$$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad p + q = 1, \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

$$\mathbb{E}(X) = n \cdot p, \quad \mathbb{D}^2(X) = n \cdot p \cdot q, \quad G(s) = (q + p \cdot s)^n.$$

(1. 8. táblázat).

3.  $X \sim \text{Poly}_n(p_1, \dots, p_n)$  ( $v_1 \in \mathbb{N}, \dots, v_n \in \mathbb{N}, p_1 \in (0, 1), \dots, p_n \in (0, 1)$ ): *Polinomiális eloszlás*. ( $n$  valószínűségi változó együttes eloszlása); ha  $A_1, \dots, A_n$  teljes eseményrendszer,  $\mathbb{P}(A_1) = p_1, \dots, \mathbb{P}(A_n) = p_n$ , és  $N$  független kísérletből  $v_j$  jelöli az  $A_j$  bekövetkezéseinek a számát:

$$\mathbb{P}(v_1 = k_1, \dots, v_n = k_n) = \frac{N!}{k_1! \cdot \dots \cdot k_n!} p_1^{k_1} \cdot \dots \cdot p_n^{k_n},$$

ahol  $k_1 + \dots + k_n = N$  és  $p_1 + \dots + p_n = 1$ . Minden  $j$ -re  $\mathbb{E}(v_j) = N \cdot p_j$ ,  $\mathbb{D}^2(v_j) = N \cdot p_j \cdot (1 - p_j)$ , és minden  $(i, j)$  párra  $\mathbb{E}(v_i \cdot v_j) = N \cdot (N - 1) \cdot p_i \cdot p_j$ .

4.  $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$  ( $\lambda \in \mathbb{R}_{>}$ ): *Poisson-eloszlás* (binomiális eloszlás limesze, ha  $n \rightarrow \infty$  és  $p \cdot n = \lambda$ ).

$$\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{1}{k!} \lambda^k, \quad \lambda > 0, \quad k = 0, 1, \dots$$

$$\mathbb{E}(X) = \lambda, \quad \mathbb{D}^2(X) = \lambda, \quad G(s) = e^{\lambda \cdot (s-1)}.$$

5.  $X \sim \mathcal{G}(p)$  ( $0 < p < 1$ ): *Geometriai eloszlás* (az egyszerű alternatíva független ismétléseinek száma az első 1-es megjelenéséig).

$$\mathbb{P}(X = k) = p \cdot q^{k-1}, \quad p + q = 1, \quad k = 1, 2, \dots$$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{p}, \quad \mathbb{D}^2(X) = \frac{q}{p^2}, \quad G(s) = \frac{p \cdot s}{1 - q \cdot s}.$$

6.  $X \sim \mathcal{N}b_r(p)$  ( $r \in \mathbb{N}, 0 < p < 1$ ): *Negatív binomiális (Pascal) eloszlás* ( $r$  darab független geometriai összege).

$$\mathbb{P}(X = r + k) = \binom{k+r-1}{r-1} p^r q^k, \quad p + q = 1, \quad k = 0, 1, \dots$$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{r}{p}, \quad \mathbb{D}^2(X) = \frac{r \cdot q}{p^2}, \quad G(s) = \left( \frac{p \cdot s}{1 - q \cdot s} \right)^r.$$

7.  $X \sim \mathcal{H}g(N, M, n)$  ( $N \in \mathbb{N}, M \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, M < N, n \leq N$ ): *Hipergeometrikus eloszlás* (visszatevés nélküli mintavétel).

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{\binom{M}{k} \cdot \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \quad M < N, \quad n \leq N, \quad k = 0, 1, \dots, \min(M, n).$$

$$\mathbb{E}(X) = n \cdot \frac{M}{N}, \quad \mathbb{D}^2(X) = n \cdot \frac{M}{N} \cdot \left(1 - \frac{M}{N}\right) \cdot \left(1 - \frac{n-1}{N-1}\right).$$

### Nevezetes abszolút folytonos eloszlások

1.  $X \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$  ( $m \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma^2 \in \mathbb{R}_{>}$ ): Normális (Gauss-) eloszlás.

$$f_{m, \sigma^2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$\mathbb{E}(X) = m, \quad \mathbb{D}^2(X) = \sigma^2, \quad m_4^c = 3\sigma^4, \quad \varphi(t) = e^{i \cdot m \cdot t - \frac{\sigma^2}{2} t^2}.$$

Az  $\mathcal{N}(0, 1)$ -eloszlást *standard normális eloszlás*nak nevezzük. Eloszlásfüggvényének értékeit l. az 1. táblázatban.

2. Lognormális eloszlás ( $e^X$  eloszlása, ahol  $X \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$ ).

$$g_{m, \sigma^2}(x) = \frac{1}{x \cdot \sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in \mathbb{R}_{\geq}.$$

$$\mathbb{E}(X) = e^{m + \sigma^2/2}, \quad \mathbb{D}^2(X) = e^{2m + \sigma^2} \cdot (e^{\sigma^2} - 1).$$

3.  $X \sim \text{Exp}(\lambda)$  ( $\lambda \in \mathbb{R}_{>}$ ): Exponenciális eloszlás.

$$f_{\lambda}(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x}, \quad x \in \mathbb{R}_{\geq}.$$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{1}{\lambda}, \quad \mathbb{D}^2(X) = \frac{1}{\lambda^2}, \quad \varphi(t) = \frac{1}{1 - \frac{i \cdot t}{\lambda}}.$$

4.  $X \sim \chi^2(n)$  ( $n \in \mathbb{N}$ ):  $n$  szabadságfokú  $\chi^2$ -eloszlás ( $n$  független  $\mathcal{N}(0, 1)$  eloszlású változó négyzetének összege).

$$f_n(x) = \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})}, \quad x \in \mathbb{R}_{>}.$$

( $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx$  – az Euler-féle gamma-függvény.)

$$\mathbb{E}(X) = n, \quad \mathbb{D}^2(X) = 2n, \quad \varphi(t) = \left( \frac{1}{1 - 2 \cdot i \cdot t} \right)^{\frac{n}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}_{\geq}.$$

(A karakterisztikus függvényben a  $\sqrt{\cdot}$  függvénynek azt az ágát kell venni, amelyre  $\varphi(0) = 1$ .) A  $\chi^2$ -eloszlás kvantilisei a 4. táblázatban találhatóak.



5.  $X \sim \mathcal{G}(\alpha, \lambda)$  ( $\alpha \in \mathbb{R}_>, \lambda \in \mathbb{R}_>$ ): *Gamma-eloszlás.*

$$f_{\alpha, \lambda}(x) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad x \in \mathbb{R}_>.$$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad \mathbb{D}^2(X) = \frac{\alpha}{\lambda^2}, \quad \varphi(t) = \left(1 - \mathbf{i} \cdot \frac{t}{\lambda}\right)^{-\alpha}.$$

6.  $X \sim t(n)$  ( $n \in \mathbb{N}$ ): *n szabadságfokú Student ( $t(n)$ )-eloszlás*  
 ( $X = \frac{Y_0}{\sqrt{(Y_1^2 + \dots + Y_n^2)/n}}$  eloszlása, ahol  $Y_0, Y_1, \dots, Y_n$  független  $\mathcal{N}(0, 1)$  eloszlású változók).

$$g_n(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi n}} \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\Gamma(\frac{n}{2})} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

A sűrűségfüggvény alakjából leolvasható, hogy az  $n$  szabadságfokú  $t$ -eloszlásnak  $n - 1$  momentuma véges. A Student-eloszlás kitüntetett kvantilisei a 2. táblázatban láthatók.

7.  $X \sim \mathcal{C}(\theta, \sigma)$  ( $\theta \in \mathbb{R}, \sigma \in \mathbb{R}_\geq$ ): *Cauchy-eloszlás* ( $X = \sigma(Y - \theta)$ , ahol  $Y \sim t(1)$ ).

$$f_{\theta, \sigma}(x) := \frac{1}{\pi \sigma} \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \theta}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

A Cauchy-eloszlás momentumai nem léteznek.

$$\varphi(t) = e^{\mathbf{i} \cdot \theta t - \sigma |t|}.$$

8.  $X \sim \mathcal{F}(n, m)$  ( $n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}$ ): *Fisher- ( $F$ -) eloszlás  $n$  és  $m$  szabadságfokkal* ( $X = \frac{Y/n}{Z/m}$ , ahol  $Y \sim \chi(n), Z \sim \chi(m)$  független változók).

$$f_{n, m}(x) = \frac{n \Gamma(\frac{n+m}{2})}{m \Gamma(\frac{n}{2}) \Gamma(\frac{m}{2})} \frac{\left(\frac{n}{m} x\right)^{\frac{n}{2}-1}}{\left(1 + \frac{n}{m} x\right)^{\frac{n+m}{2}}}, \quad x \in \mathbb{R}_\geq.$$

Az  $F$ -eloszlás kitüntetett kvantilisei a 3. táblázatban találhatóak.

9.  $X \sim \mathcal{B}(a, b)$  ( $b \in \mathbb{R}_>, b \in \mathbb{R}_>, X \in [0, 1]$ ): *( $a, b$ ) paraméterű Béta-eloszlás*

$$f_{a, b}(x) = \frac{1}{B(a, b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1},$$

ahol

$$B(a, b) := \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}.$$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{a}{a+b}.$$

10.  $X \sim \mathcal{U}(c, d)$  ( $-\infty < c < d < \infty$ ): Egyenletes eloszlás a  $[c, d]$  intervallumon.

$$f_{c,d}(x) = \frac{1}{d-c}, \quad \text{ha } x \in [c, d],$$

és 0 különben.

$$\mathbb{E}(X) = \frac{c+d}{2}, \quad \mathbb{D}^2(X) = \frac{1}{12}(d-c)^2; \quad \text{és ha } c = -d: \quad \varphi(t) = \frac{\sin dt}{d \cdot t}.$$

Az  $\mathcal{U}(0, 1)$ -eloszlás egyben  $\mathcal{B}(1, 1)$ -eloszlás is.

### Sztocasztikus konvergencia, majdnem biztos konvergencia

Az  $X_n$  valószínűségi változó sorozat valószínűségben konvergál az  $X$  valószínűségi változóhoz, ha bármely  $\varepsilon > 0$  esetén

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(|X_n - X| > \varepsilon) = 0.$$

Az  $X_n$  valószínűségi változó sorozat majdnem biztosan (1 valószínűséggel) konvergál az  $X$  valószínűségi változóhoz, ha

$$\mathbb{P}(\lim_{n \rightarrow \infty} X_n = X) = 1.$$

A majdnem biztos konvergencia implikálja a valószínűségben való konvergenciát.

**Markov-egyenlőtlenség:** Ha a  $\mathbb{E}(X)$  létezik, akkor minden pozitív  $a$  számra

$$\mathbb{P}(|X| \geq a) \leq \frac{\mathbb{E}(|X|)}{a}.$$

**Csebisev-egyenlőtlenség:** Ha  $\mathbb{D}^2(X)$  létezik, akkor minden pozitív  $a$  számra

$$\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}(X)| \geq a) \leq \frac{\mathbb{D}^2(X)}{a^2}.$$

**Nagy számok törvényei**

**Nagy számok gyenge törvénye:** Ha  $X, X_1, X_2, \dots$  páronként független, azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata, és létezik a  $\mathbb{D}^2(X)$  szórásnégyzet, akkor

$$\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n) \rightarrow \mathbb{E}(X)$$

valószínűségben.

**Nagy számok erős törvénye:** Legyen  $X, X_1, X_2, \dots$  teljesen független, azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata. Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy az  $\frac{1}{n}(X_1 + \dots + X_n)$  sorozat majdnem biztosan konvergáljon egy  $m$  számhoz az, hogy létezzen az  $\mathbb{E}(X)$  várható érték. Ekkor  $m = \mathbb{E}(X)$ .

**Centrális határeloszlás-tétel** Ha  $X, X_1, X_2, \dots$  teljesen független, azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata, és létezik a  $\mathbb{D}^2(X)$  szórásnégyzet, akkor minden  $x \in \mathbb{R}$ -re

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{X_1 + \dots + X_n - n \cdot \mathbb{E}(X)}{\mathbb{D}(X)\sqrt{n}} < x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-s^2/2} ds.$$

Ennek speciális esete ( $X, X_1, X_2, \dots$  Bernoulli-változók) a Moivre–Laplace-tétel:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{np+x\sqrt{npq} \leq k \leq np+y\sqrt{npq}} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \int_x^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-s^2/2} ds.$$

1. táblázat. A standard normális eloszlásfüggvény

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
0,00	0,5000	0,51	0,6950	1,02	0,8461	1,53	0,9370	2,08	0,9812
0,01	0,5040	0,52	0,6985	1,03	0,8485	1,54	0,9382	2,10	0,9821
0,02	0,5080	0,53	0,7019	1,04	0,8508	1,55	0,9394	2,12	0,9830
0,03	0,5120	0,54	0,7054	1,05	0,8531	1,56	0,9406	2,14	0,9838
0,04	0,5160	0,55	0,7088	1,06	0,8554	1,57	0,9418	2,16	0,9846
0,05	0,5199	0,56	0,7123	1,07	0,8577	1,58	0,9429	2,18	0,9854
0,06	0,5239	0,57	0,7157	1,08	0,8599	1,59	0,9441	2,20	0,9861
0,07	0,5279	0,58	0,7190	1,09	0,8621	1,60	0,9452	2,22	0,9868
0,08	0,5319	0,59	0,7224	1,10	0,8643	1,61	0,9463	2,24	0,9875
0,09	0,5359	0,60	0,7275	1,11	0,8665	1,62	0,9474	2,26	0,9881
0,10	0,5398	0,61	0,7291	1,12	0,8686	1,63	0,9484	2,28	0,9887
0,11	0,5438	0,62	0,7324	1,13	0,8708	1,64	0,9495	2,30	0,9893
0,12	0,5478	0,63	0,7352	1,14	0,8729	1,65	0,9505	2,32	0,9898
0,13	0,5517	0,64	0,7389	1,15	0,8749	1,66	0,9515	2,34	0,9904
0,14	0,5557	0,65	0,7422	1,16	0,8770	1,67	0,9525	2,36	0,9909
0,15	0,5596	0,66	0,7454	1,17	0,8790	1,68	0,9535	2,38	0,9913
0,16	0,5636	0,67	0,7486	1,18	0,8810	1,69	0,9545	2,40	0,9918
0,17	0,5675	0,68	0,7517	1,19	0,8830	1,70	0,9554	2,42	0,9922
0,18	0,5714	0,69	0,7549	1,20	0,8849	1,71	0,9564	2,44	0,9927
0,19	0,5753	0,70	0,7580	1,21	0,8869	1,72	0,9572	2,46	0,9931
0,20	0,5793	0,71	0,7611	1,22	0,8888	1,73	0,9582	2,48	0,9934
0,21	0,5832	0,72	0,7642	1,23	0,8907	1,74	0,9591	2,50	0,9938
0,22	0,5871	0,73	0,7673	1,24	0,8925	1,75	0,9599	2,52	0,9941
0,23	0,5910	0,74	0,7703	1,25	0,8944	1,76	0,9608	2,54	0,9945
0,24	0,5948	0,75	0,7734	1,26	0,8962	1,77	0,9616	2,56	0,9948
0,25	0,5987	0,76	0,7764	1,27	0,8980	1,78	0,9625	2,58	0,9951
0,26	0,6026	0,77	0,7794	1,28	0,8997	1,79	0,9633	2,60	0,9953
0,27	0,6064	0,78	0,7823	1,29	0,9015	1,80	0,9641	2,62	0,9956
0,28	0,6103	0,79	0,7853	1,30	0,9032	1,81	0,9649	2,64	0,9959
0,29	0,6141	0,80	0,7881	1,31	0,9049	1,82	0,9656	2,66	0,9961
0,30	0,6179	0,81	0,7910	1,32	0,9066	1,83	0,9664	2,68	0,9963
0,31	0,6217	0,82	0,7939	1,33	0,9082	1,84	0,9671	2,70	0,9965
0,32	0,6255	0,83	0,7967	1,34	0,9099	1,85	0,9678	2,72	0,9967
0,33	0,6293	0,84	0,7995	1,35	0,9115	1,86	0,9686	2,74	0,9969
0,34	0,6331	0,85	0,8023	1,36	0,9131	1,87	0,9693	2,76	0,9971
0,35	0,6368	0,86	0,8051	1,37	0,9147	1,88	0,9699	2,78	0,9973
0,36	0,6406	0,87	0,8078	1,38	0,9162	1,89	0,9706	2,80	0,9974
0,37	0,6443	0,88	0,8106	1,39	0,9177	1,90	0,9713	2,82	0,9976
0,38	0,6480	0,89	0,8133	1,40	0,9192	1,91	0,9719	2,84	0,9977
0,39	0,6517	0,90	0,8159	1,41	0,9207	1,92	0,9726	2,86	0,9979
0,40	0,6554	0,91	0,8186	1,42	0,9222	1,93	0,9732	2,88	0,9980
0,41	0,6591	0,92	0,8212	1,43	0,9236	1,94	0,9738	2,90	0,9981
0,42	0,6628	0,93	0,8238	1,44	0,9251	1,95	0,9744	2,92	0,9982
0,43	0,6664	0,94	0,8264	1,45	0,9265	1,96	0,9750	2,94	0,9984
0,44	0,6700	0,95	0,8289	1,46	0,9279	1,97	0,9756	2,96	0,9985
0,45	0,6736	0,96	0,8315	1,47	0,9292	1,98	0,9761	2,98	0,9986
0,46	0,6772	0,97	0,8340	1,48	0,9306	1,99	0,9767	3,00	0,9987
0,47	0,6808	0,98	0,8365	1,49	0,9319	2,00	0,9772	3,20	0,9993
0,48	0,6844	0,99	0,8389	1,50	0,9332	2,02	0,9783	3,40	0,9996
0,49	0,6879	1,00	0,8413	1,51	0,9345	2,04	0,9793	3,60	0,9998
0,50	0,6915	1,01	0,8438	1,52	0,9357	2,06	0,9803	3,80	0,9999

2. táblázat. A t(Student)-próba kritikus értékei

szabadság- fok (f)	Szignifikancia szint					
	kétoldali 80%	kétoldali 90%	kétoldali 95%	kétoldali 98%	kétoldali 99%	kétoldali 99,9%
	egyoldali 90%	egyoldali 95%	egyoldali 97,5%	egyoldali 99%	egyoldali 99,5%	egyoldali 99,95%
1	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	636,6192
2	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	31,5991
3	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	12,9240
4	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	8,6103
5	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	6,8688
6	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	5,9588
7	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	5,4079
8	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	5,0413
9	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	4,7809
10	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	4,5869
11	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	4,4370
12	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	4,3178
13	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	4,2208
14	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	4,1405
15	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	4,0728
16	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	4,0150
17	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,9651
18	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,9216
19	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,8834
20	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,8495
21	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,8193
22	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,7921
23	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,7676
24	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,7454
25	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,7251
26	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,7066
27	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,6896
28	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,6739
29	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,6594
30	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,6460
40	1,3031	1,6839	2,0211	2,4233	2,7045	3,5510
50	1,2987	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778	3,4960
60	1,2958	1,6706	2,0003	2,3901	2,6603	3,4602
80	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	3,4163
100	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	3,3905
200	1,2858	1,6525	1,9719	2,3451	2,6006	3,3398
500	1,2832	1,6479	1,9647	2,3338	2,5857	3,3101
∞	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	3,2905

3. táblázat. Az  $F$ -próba táblázatai. Az  $F$ -próba kritikus értékei 95%-os egyoldali illetve 90%-os kétoldali szinten

A nevező szabadságfoka ( $f_2$ )	A számláló szabadságfoka ( $f_1$ )																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246	246	247	247
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,71	8,70	8,69	8,68	8,67
4	7,61	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86	5,84	5,83	5,82
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68	4,66	4,64	4,62	4,60	4,59	4,58
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,96	3,94	3,92	3,91	3,90
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,55	3,53	3,51	3,49	3,48	3,47
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,20	3,19	3,17
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01	2,99	2,97	2,96
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85	2,83	2,81	2,80
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,70	2,69	2,67
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62	2,60	2,58	2,57
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,58	2,55	2,53	2,51	2,50	2,48
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53	2,51	2,48	2,46	2,44	2,43	2,41
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,45	2,42	2,40	2,38	2,37	2,35
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,40	2,37	2,35	2,33	2,32	2,30
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31	2,29	2,27	2,26
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,29	2,27	2,25	2,23	2,22
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,21	2,20	2,18
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,17	2,15
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,16	2,14	2,12
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,23	2,20	2,17	2,15	2,13	2,11	2,10
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,23	2,20	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09	2,07
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,21	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09	2,07	2,05
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,14	2,11	2,09	2,07	2,05	2,04
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,12	2,09	2,07	2,05	2,03	2,02
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,17	2,13	2,10	2,08	2,06	2,04	2,02	2,00
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,06	2,04	2,02	2,00	1,99
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,08	2,05	2,03	2,01	1,99	1,97
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,06	2,04	2,01	1,99	1,98	1,96
32	4,15	3,29	2,90	2,67	2,51	2,40	2,31	2,24	2,19	2,14	2,10	2,07	2,04	2,01	1,99	1,97	1,95	1,94
34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05	2,02	1,99	1,97	1,95	1,93	1,92
36	4,11	3,26	2,87	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,11	2,07	2,03	2,00	1,98	1,95	1,93	1,92	1,90
38	4,10	3,24	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,96	1,94	1,92	1,90	1,88
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,97	1,95	1,92	1,90	1,89	1,87
42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,03	1,99	1,96	1,93	1,91	1,89	1,87	1,86
44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98	1,95	1,92	1,90	1,88	1,86	1,84
46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,15	2,09	2,04	2,00	1,97	1,94	1,91	1,89	1,87	1,85	1,83
48	4,04	3,19	2,80	2,57	2,41	2,29	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96	1,93	1,90	1,88	1,86	1,84	1,82
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99	1,95	1,92	1,89	1,87	1,85	1,83	1,81
55	4,02	3,16	2,77	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,88	1,85	1,83	1,81	1,79
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,89	1,86	1,84	1,82	1,80	1,78
65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,03	1,98	1,94	1,90	1,87	1,85	1,82	1,80	1,78	1,76
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,93	1,89	1,86	1,84	1,81	1,79	1,77	1,75
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	1,75	1,73
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,11	2,04	1,99	1,94	1,90	1,86	1,83	1,80	1,78	1,76	1,74	1,72
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,89	1,85	1,82	1,79	1,77	1,75	1,73	1,71
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,96	1,91	1,87	1,83	1,80	1,77	1,75	1,72	1,70	1,69
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85	1,82	1,79	1,76	1,73	1,71	1,69	1,67
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,98	1,93	1,88	1,84	1,80	1,77	1,74	1,72	1,69	1,67	1,66
300	3,87	3,03	2,63	2,40	2,24	2,13	2,04	1,97	1,91	1,86	1,82	1,78	1,75	1,72	1,70	1,68	1,66	1,64
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,81	1,77	1,74	1,71	1,69	1,66	1,64	1,62
1000	3,85	3,00	2,62	2,38	2,22	2,11	2,02	1,95	1,89	1,84	1,80	1,76	1,73	1,70	1,68	1,65	1,63	1,61
$\infty$	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,79	1,75	1,72	1,69	1,67	1,64	1,62	1,60

Például: ha a szabadságfokok  $f_1 = 8$  és  $f_2 = 20$ , akkor  $P(F < 2,45) = 0,95$

Az *F*-próba kritikus értékei 95% egyoldali, illetve 90% kétoldali szinten (folytatás)

A számláló szabadságfoka ( $f_1$ )																	A nevező szabadságfoka ( $f_2$ )
19	20	22	24	26	28	30	35	40	45	50	60	80	100	200	500	$\infty$	
248	248	249	249	249	250	250	251	251	251	252	252	252	253	254	254	254	1
19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	2
8,67	8,66	8,65	8,64	8,63	8,62	8,62	8,60	8,59	8,59	8,58	8,57	8,56	8,55	8,54	8,53	8,53	3
5,81	5,80	5,79	5,77	5,76	5,75	5,75	5,73	5,72	5,71	5,70	5,69	5,67	5,66	5,65	5,64	5,63	4
4,57	4,56	4,54	4,53	4,52	4,50	4,50	4,48	4,46	4,45	4,44	4,43	4,41	4,41	4,39	4,37	4,37	5
3,88	3,87	3,86	3,84	3,83	3,82	3,81	3,79	3,77	3,76	3,75	3,74	3,72	3,71	3,69	3,68	3,67	6
3,46	3,44	3,43	3,41	3,40	3,39	3,38	3,36	3,34	3,33	3,32	3,30	3,29	3,27	3,25	3,24	3,23	7
3,16	3,15	3,13	3,12	3,10	3,09	3,08	3,06	3,04	3,03	3,02	3,01	2,99	2,97	2,95	2,94	2,93	8
2,95	2,94	2,92	2,90	2,89	2,87	2,86	2,84	2,83	2,81	2,80	2,79	2,77	2,76	2,73	2,72	2,71	9
2,78	2,77	2,75	2,74	2,72	2,71	2,70	2,68	2,66	2,65	2,64	2,62	2,60	2,59	2,56	2,55	2,54	10
2,66	2,65	2,63	2,61	2,59	2,58	2,57	2,55	2,53	2,52	2,51	2,49	2,47	2,46	2,43	2,42	2,40	11
2,56	2,54	2,52	2,51	2,49	2,48	2,47	2,44	2,43	2,41	2,40	2,38	2,36	2,35	2,32	2,31	2,30	12
2,47	2,46	2,44	2,42	2,41	2,39	2,38	2,36	2,34	2,33	2,31	2,30	2,27	2,26	2,23	2,22	2,21	13
2,40	2,39	2,37	2,35	2,33	2,32	2,31	2,28	2,27	2,25	2,24	2,22	2,20	2,19	2,16	2,14	2,13	14
2,34	2,33	2,31	2,29	2,27	2,26	2,25	2,22	2,20	2,19	2,18	2,16	2,14	2,12	2,10	2,08	2,07	15
2,29	2,28	2,25	2,24	2,22	2,21	2,19	2,17	2,15	2,14	2,12	2,11	2,08	2,07	2,04	2,02	2,01	16
2,24	2,23	2,21	2,19	2,17	2,16	2,15	2,12	2,10	2,09	2,08	2,06	2,03	2,02	1,99	1,97	1,96	17
2,20	2,19	2,17	2,15	2,13	2,12	2,11	2,08	2,06	2,05	2,04	2,02	1,99	1,98	1,95	1,93	1,92	18
2,17	2,16	2,13	2,11	2,10	2,08	2,07	2,05	2,03	2,01	2,00	1,98	1,96	1,94	1,91	1,89	1,88	19
2,14	2,12	2,10	2,08	2,07	2,05	2,04	2,01	1,99	1,98	1,97	1,95	1,92	1,91	1,88	1,86	1,84	20
2,11	2,10	2,07	2,05	2,04	2,02	2,01	1,98	1,96	1,95	1,94	1,92	1,89	1,88	1,84	1,82	1,81	21
2,08	2,07	2,05	2,03	2,01	2,00	1,98	1,96	1,94	1,92	1,91	1,89	1,86	1,85	1,82	1,80	1,78	22
2,06	2,05	2,02	2,00	1,99	1,97	1,96	1,93	1,91	1,90	1,88	1,86	1,84	1,82	1,79	1,77	1,76	23
2,04	2,03	2,00	1,98	1,97	1,95	1,94	1,91	1,89	1,88	1,86	1,84	1,82	1,80	1,77	1,75	1,73	24
2,02	2,01	1,98	1,96	1,95	1,93	1,92	1,89	1,87	1,86	1,84	1,82	1,80	1,78	1,75	1,73	1,71	25
2,00	1,99	1,97	1,95	1,93	1,91	1,90	1,87	1,85	1,84	1,82	1,80	1,78	1,76	1,73	1,71	1,69	26
1,99	1,97	1,95	1,93	1,91	1,90	1,88	1,86	1,84	1,82	1,81	1,79	1,76	1,74	1,71	1,69	1,67	27
1,97	1,96	1,93	1,91	1,90	1,88	1,87	1,84	1,82	1,80	1,79	1,77	1,74	1,73	1,69	1,67	1,65	28
1,96	1,94	1,92	1,90	1,88	1,87	1,85	1,83	1,81	1,79	1,77	1,75	1,73	1,71	1,67	1,65	1,64	29
1,95	1,93	1,91	1,89	1,87	1,85	1,84	1,81	1,79	1,77	1,76	1,74	1,71	1,70	1,66	1,64	1,62	30
1,92	1,91	1,88	1,86	1,85	1,83	1,82	1,79	1,77	1,75	1,74	1,71	1,69	1,67	1,63	1,61	1,59	32
1,90	1,89	1,86	1,84	1,82	1,80	1,80	1,77	1,75	1,73	1,71	1,69	1,66	1,65	1,61	1,59	1,57	34
1,88	1,87	1,85	1,82	1,81	1,79	1,78	1,75	1,73	1,71	1,69	1,67	1,64	1,62	1,59	1,56	1,55	36
1,87	1,85	1,83	1,81	1,79	1,77	1,76	1,73	1,71	1,69	1,68	1,65	1,62	1,61	1,57	1,54	1,53	38
1,85	1,84	1,81	1,79	1,77	1,76	1,74	1,72	1,69	1,67	1,66	1,64	1,61	1,59	1,55	1,53	1,51	40
1,84	1,83	1,80	1,78	1,76	1,74	1,73	1,70	1,68	1,66	1,65	1,62	1,59	1,57	1,53	1,51	1,49	42
1,83	1,81	1,79	1,77	1,75	1,73	1,72	1,69	1,67	1,65	1,63	1,61	1,58	1,56	1,52	1,49	1,48	44
1,82	1,80	1,78	1,76	1,74	1,72	1,71	1,68	1,65	1,64	1,62	1,60	1,57	1,55	1,51	1,48	1,46	46
1,81	1,79	1,77	1,75	1,73	1,71	1,70	1,67	1,64	1,62	1,61	1,59	1,56	1,54	1,49	1,47	1,45	48
1,80	1,78	1,76	1,74	1,72	1,70	1,69	1,66	1,63	1,61	1,60	1,58	1,54	1,52	1,48	1,46	1,44	50
1,78	1,76	1,74	1,72	1,70	1,68	1,67	1,64	1,61	1,59	1,58	1,55	1,52	1,50	1,46	1,43	1,41	55
1,76	1,75	1,72	1,70	1,68	1,66	1,65	1,62	1,59	1,57	1,56	1,53	1,50	1,48	1,44	1,41	1,39	60
1,75	1,73	1,71	1,69	1,67	1,65	1,63	1,60	1,58	1,56	1,54	1,52	1,49	1,46	1,42	1,39	1,37	65
1,74	1,72	1,70	1,67	1,65	1,64	1,62	1,59	1,57	1,55	1,53	1,50	1,47	1,45	1,40	1,37	1,35	70
1,72	1,70	1,68	1,65	1,63	1,62	1,60	1,57	1,54	1,52	1,51	1,48	1,45	1,43	1,38	1,35	1,32	80
1,70	1,69	1,66	1,64	1,62	1,60	1,59	1,55	1,53	1,51	1,49	1,46	1,43	1,41	1,36	1,32	1,30	90
1,69	1,68	1,65	1,63	1,61	1,59	1,57	1,54	1,52	1,49	1,48	1,45	1,41	1,39	1,34	1,31	1,28	100
1,67	1,65	1,63	1,60	1,58	1,57	1,55	1,52	1,49	1,47	1,45	1,42	1,39	1,36	1,31	1,27	1,25	125
1,66	1,64	1,61	1,59	1,57	1,55	1,53	1,50	1,48	1,45	1,44	1,41	1,37	1,34	1,29	1,25	1,22	150
1,64	1,62	1,60	1,57	1,55	1,53	1,52	1,48	1,46	1,43	1,41	1,39	1,35	1,32	1,26	1,22	1,19	200
1,62	1,61	1,58	1,55	1,53	1,51	1,50	1,46	1,43	1,41	1,39	1,36	1,32	1,30	1,23	1,19	1,15	300
1,61	1,59	1,56	1,54	1,52	1,50	1,48	1,45	1,42	1,40	1,38	1,34	1,30	1,28	1,21	1,16	1,11	500
1,60	1,58	1,55	1,53	1,51	1,49	1,47	1,44	1,41	1,38	1,36	1,33	1,29	1,26	1,19	1,13	1,08	1000
1,59	1,57	1,54	1,52	1,50	1,48	1,46	1,42	1,39	1,37	1,35	1,32	1,27	1,24	1,17	1,11	1,00	$\infty$

Az  $F$ -próba kritikus értékei 99% egyoldali, illetve 98% kétoldali szinten (folytatás)

A nevező szabadság- foka ( $f_2$ )	A számláló szabadságfoka ( $f_1$ )																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	4050	5000	5400	5630	5760	5860	5930	5980	6020	6060	6080	6110	6130	6140	6160	6170	6180	6190
2	98,5	99,0	99,2	99,2	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4
3	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	27,1	27,0	26,9	26,9	26,8	26,8	26,8
4	21,2	18,0	16,7	16,0	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,4	14,4	14,3	14,2	14,2	14,2	14,1	14,1
5	16,3	13,3	12,1	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,96	9,89	9,82	9,77	9,72	9,68	9,64	9,61
6	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	7,66	7,60	7,56	7,52	7,48	7,45
7	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,54	6,47	6,41	6,36	6,31	6,27	6,24	6,21
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,73	5,67	5,61	5,56	5,52	5,48	5,44	5,41
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11	5,05	5,00	4,96	4,92	4,89	4,86
10	10,0	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,77	4,71	4,65	4,60	4,56	4,52	4,49	4,46
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	4,34	4,29	4,25	4,21	4,18	4,15
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	4,10	4,05	4,01	3,97	3,94	3,91
13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	3,91	3,86	3,82	3,78	3,75	3,72
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,70	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80	3,75	3,70	3,66	3,62	3,59	3,56
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67	3,61	3,56	3,52	3,49	3,45	3,42
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,62	3,55	3,50	3,45	3,41	3,37	3,34	3,31
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,46	3,40	3,35	3,31	3,27	3,24	3,21
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,43	3,37	3,32	3,27	3,23	3,19	3,16	3,13
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36	3,30	3,24	3,19	3,15	3,12	3,08	3,05
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,09	3,05	3,02	2,99
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,24	3,17	3,12	3,07	3,03	2,99	2,96	2,93
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18	3,12	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,88
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14	3,07	3,02	2,97	2,93	2,89	2,86	2,83
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	3,09	3,03	2,98	2,93	2,89	2,85	2,82	2,79
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	3,06	2,99	2,94	2,89	2,85	2,81	2,78	2,75
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09	3,02	2,96	2,90	2,86	2,82	2,78	2,74	2,72
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15	3,06	2,99	2,93	2,87	2,82	2,78	2,75	2,71	2,68
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,54	3,36	3,23	3,12	3,03	2,96	2,90	2,84	2,79	2,75	2,72	2,68	2,65
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,09	3,00	2,93	2,87	2,81	2,77	2,73	2,69	2,66	2,63
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,91	2,84	2,79	2,74	2,70	2,66	2,63	2,60
32	7,50	5,34	4,46	3,97	3,65	3,43	3,26	3,13	3,02	2,93	2,86	2,80	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,55
34	7,44	5,29	4,42	3,93	3,61	3,39	3,22	3,09	2,98	2,89	2,82	2,76	2,70	2,66	2,62	2,58	2,55	2,51
36	7,40	5,25	4,38	3,89	3,57	3,35	3,18	3,05	2,95	2,86	2,79	2,72	2,67	2,62	2,58	2,54	2,51	2,48
38	7,35	5,21	4,34	3,86	3,54	3,32	3,15	3,02	2,92	2,83	2,75	2,69	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48	2,45
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,73	2,66	2,61	2,56	2,52	2,48	2,45	2,42
42	7,28	5,15	4,29	3,80	3,49	3,27	3,10	2,97	2,86	2,78	2,70	2,64	2,59	2,54	2,50	2,46	2,43	2,40
44	7,25	5,12	4,26	3,78	3,47	3,24	3,08	2,95	2,84	2,75	2,68	2,62	2,56	2,52	2,47	2,44	2,40	2,37
46	7,22	5,10	4,24	3,76	3,44	3,22	3,06	2,93	2,82	2,73	2,66	2,60	2,54	2,50	2,45	2,42	2,38	2,35
48	7,19	5,08	4,22	3,74	3,43	3,20	3,04	2,91	2,80	2,72	2,64	2,58	2,53	2,48	2,44	2,40	2,37	2,33
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,79	2,70	2,63	2,56	2,51	2,46	2,42	2,38	2,35	2,32
55	7,12	5,01	4,16	3,68	3,37	3,15	2,98	2,85	2,75	2,66	2,59	2,53	2,47	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,56	2,50	2,44	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25
65	7,04	4,95	4,10	3,62	3,31	3,09	2,93	2,80	2,69	2,61	2,53	2,47	2,42	2,37	2,33	2,29	2,26	2,23
70	7,01	4,92	4,08	3,60	3,29	3,07	2,91	2,78	2,67	2,59	2,51	2,45	2,40	2,35	2,31	2,27	2,23	2,20
80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,48	2,42	2,36	2,31	2,27	2,23	2,20	2,17
90	6,93	4,85	4,01	3,54	3,23	3,01	2,84	2,72	2,61	2,52	2,45	2,39	2,33	2,29	2,24	2,21	2,17	2,14
100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,43	2,37	2,31	2,26	2,22	2,19	2,15	2,12
125	6,84	4,78	3,94	3,47	3,17	2,95	2,79	2,66	2,55	2,47	2,39	2,33	2,28	2,23	2,19	2,15	2,11	2,08
150	6,81	4,75	3,92	3,45	3,14	2,92	2,76	2,63	2,53	2,44	2,37	2,31	2,25	2,20	2,16	2,12	2,09	2,06
200	6,76	4,75	3,88	3,41	3,11	2,89	2,73	2,60	2,50	2,41	2,34	2,27	2,22	2,17	2,13	2,09	2,06	2,02
300	6,72	4,68	3,85	3,38	3,08	2,86	2,70	2,57	2,47	2,38	2,31	2,24	2,19	2,14	2,10	2,06	2,03	1,99
500	6,69	4,65	3,82	3,36	3,05	2,84	2,68	2,55	2,44	2,36	2,28	2,22	2,17	2,12	2,07	2,04	2,00	1,97
1000	6,66	4,63	3,80	3,34	3,04	2,82	2,66	2,53	2,43	2,34	2,27	2,20	2,15	2,10	2,06	2,02	1,98	1,95
$\infty$	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,51	2,41	2,32	2,25	2,18	2,13	2,08	2,04	2,00	1,97	1,93

Például: ha a szabadságfokok  $f_1 = 8$  és  $f_2 = 20$ , akkor  $P(F < 2,45) = 0,95$



Az *F*-próba kritikus értékei 99% egyoldali, illetve 98% kétoldali szinten (folytatás)

A számláló szabadságfoka ( $f_1$ )																	A nevező szabadságfoka ( $f_2$ )
19	20	22	24	26	28	30	35	40	45	50	60	80	100	200	500	$\infty$	
6200	6210	6220	6230	6240	6250	6260	6280	6290	6300	6300	6310	6330	6330	6350	6360	6370	1
99,4	99,4	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	99,5	2
26,7	26,7	26,6	26,6	26,6	26,5	26,5	26,5	26,4	26,4	26,4	26,3	26,3	26,2	26,2	26,1	26,1	3
14,0	14,0	14,0	13,9	13,9	13,9	13,8	13,8	13,7	13,7	13,7	13,6	13,6	13,5	13,5	13,5	13,5	4
9,58	9,55	9,51	9,47	9,43	9,40	9,38	9,33	9,29	9,26	9,24	9,20	9,16	9,13	9,08	9,04	9,02	5
7,42	7,40	7,35	7,31	7,28	7,25	7,23	7,18	7,14	7,11	7,09	7,06	7,01	6,99	6,93	6,90	6,88	6
6,18	6,16	6,11	6,07	6,04	6,02	5,99	5,94	5,91	5,88	5,86	5,82	5,78	5,75	5,70	5,67	5,65	7
5,38	5,36	5,32	5,28	5,25	5,22	5,20	5,15	5,12	5,09	5,07	5,03	4,99	4,96	4,91	4,88	4,86	8
4,83	4,81	4,77	4,73	4,70	4,67	4,65	4,60	4,57	4,54	4,52	4,48	4,44	4,42	4,36	4,33	4,31	9
4,43	4,41	4,36	4,33	4,30	4,27	4,25	4,20	4,17	4,14	4,12	4,08	4,04	4,01	3,96	3,93	3,91	10
4,12	4,10	4,06	4,02	3,99	3,96	3,94	3,89	3,86	3,83	3,81	3,78	3,73	3,71	3,66	3,62	3,60	11
3,88	3,86	3,82	3,78	3,75	3,72	3,70	3,65	3,62	3,59	3,57	3,54	3,49	3,47	3,41	3,38	3,36	12
3,69	3,66	3,62	3,59	3,56	3,53	3,51	3,46	3,43	3,40	3,38	3,34	3,30	3,27	3,22	3,19	3,17	13
3,53	3,51	3,46	3,43	3,40	3,37	3,35	3,30	3,27	3,24	3,22	3,18	3,14	3,11	3,06	3,03	3,00	14
3,40	3,37	3,33	3,29	3,26	3,24	3,21	3,17	3,13	3,10	3,08	3,05	3,00	2,98	2,92	2,89	2,87	15
3,28	3,26	3,22	3,18	3,15	3,12	3,10	3,05	3,02	2,99	2,97	2,93	2,89	2,86	2,81	2,78	2,75	16
3,18	3,16	3,12	3,08	3,05	3,03	3,00	2,96	2,92	2,89	2,87	2,83	2,79	2,76	2,71	2,68	2,65	17
3,10	3,08	3,03	3,00	2,97	2,94	2,92	2,87	2,84	2,81	2,78	2,75	2,70	2,68	2,62	2,59	2,57	18
3,03	3,00	2,96	2,92	2,89	2,87	2,84	2,80	2,76	2,73	2,71	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,49	19
2,96	2,94	2,90	2,86	2,83	2,80	2,78	2,73	2,69	2,67	2,64	2,61	2,56	2,54	2,48	2,44	2,42	20
2,90	2,88	2,84	2,80	2,77	2,74	2,72	2,67	2,64	2,61	2,58	2,55	2,50	2,48	2,42	2,38	2,36	21
2,85	2,83	2,78	2,75	2,72	2,69	2,67	2,62	2,58	2,55	2,53	2,50	2,45	2,42	2,36	2,33	2,31	22
2,80	2,78	2,74	2,70	2,67	2,64	2,62	2,57	2,54	2,51	2,48	2,45	2,40	2,37	2,32	2,28	2,26	23
2,76	2,74	2,70	2,66	2,63	2,60	2,58	2,53	2,49	2,46	2,44	2,40	2,36	2,33	2,27	2,24	2,21	24
2,72	2,70	2,66	2,62	2,59	2,56	2,54	2,49	2,45	2,42	2,40	2,36	2,32	2,29	2,23	2,19	2,17	25
2,69	2,66	2,62	2,58	2,55	2,53	2,50	2,45	2,42	2,39	2,36	2,33	2,28	2,25	2,19	2,16	2,13	26
2,66	2,63	2,59	2,55	2,52	2,49	2,47	2,42	2,38	2,35	2,33	2,29	2,25	2,22	2,16	2,12	2,10	27
2,63	2,60	2,56	2,52	2,49	2,46	2,44	2,39	2,35	2,32	2,30	2,26	2,22	2,19	2,13	2,09	2,06	28
2,60	2,57	2,53	2,49	2,46	2,44	2,41	2,36	2,33	2,30	2,27	2,23	2,19	2,16	2,10	2,06	2,03	29
2,57	2,55	2,51	2,47	2,44	2,41	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,21	2,16	2,13	2,07	2,03	2,01	30
2,53	2,50	2,46	2,42	2,39	2,36	2,34	2,29	2,25	2,22	2,20	2,16	2,11	2,08	2,02	1,98	1,96	32
2,49	2,46	2,42	2,38	2,35	2,32	2,30	2,25	2,21	2,18	2,16	2,12	2,07	2,04	1,98	1,94	1,91	34
2,45	2,43	2,38	2,35	2,32	2,29	2,26	2,21	2,17	2,14	2,12	2,08	2,03	2,00	1,94	1,90	1,87	36
2,42	2,40	2,35	2,32	2,28	2,26	2,23	2,18	2,14	2,11	2,09	2,05	2,00	1,97	1,90	1,86	1,84	38
2,39	2,37	2,33	2,29	2,26	2,23	2,20	2,15	2,11	2,08	2,06	2,02	1,97	1,94	1,87	1,83	1,80	40
2,37	2,34	2,30	2,26	2,23	2,20	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	1,99	1,94	1,91	1,85	1,80	1,78	42
2,35	2,32	2,28	2,24	2,21	2,18	2,15	2,10	2,06	2,03	2,01	1,97	1,92	1,89	1,82	1,78	1,75	44
2,33	2,30	2,26	2,22	2,19	2,16	2,13	2,08	2,04	2,01	1,99	1,95	1,90	1,86	1,80	1,75	1,73	46
2,31	2,28	2,24	2,20	2,17	2,14	2,12	2,06	2,02	1,99	1,97	1,93	1,88	1,84	1,78	1,73	1,70	48
2,29	2,27	2,22	2,18	2,15	2,12	2,10	2,05	2,01	1,97	1,95	1,91	1,86	1,82	1,76	1,71	1,68	50
2,25	2,23	2,18	2,15	2,11	2,08	2,06	2,01	1,97	1,93	1,91	1,87	1,81	1,78	1,71	1,67	1,64	55
2,22	2,20	2,15	2,12	2,08	2,05	2,03	1,99	1,94	1,90	1,88	1,84	1,78	1,75	1,68	1,63	1,60	60
2,20	2,17	2,13	2,09	2,06	2,03	2,00	1,95	1,91	1,88	1,85	1,81	1,75	1,72	1,65	1,60	1,57	65
2,18	2,15	2,11	2,07	2,03	2,01	1,98	1,93	1,89	1,85	1,83	1,78	1,73	1,70	1,62	1,57	1,54	70
2,14	2,12	2,07	2,03	2,00	1,97	1,94	1,89	1,85	1,81	1,79	1,75	1,69	1,66	1,58	1,53	1,49	80
2,11	2,09	2,04	2,00	1,97	1,94	1,92	1,86	1,82	1,79	1,76	1,72	1,66	1,62	1,54	1,49	1,46	90
2,09	2,07	2,02	1,98	1,94	1,92	1,89	1,84	1,80	1,76	1,73	1,69	1,63	1,60	1,52	1,47	1,43	100
2,05	2,03	1,98	1,94	1,91	1,88	1,85	1,80	1,76	1,72	1,69	1,65	1,59	1,55	1,47	1,41	1,37	125
2,03	2,00	1,96	1,92	1,88	1,85	1,83	1,77	1,73	1,69	1,66	1,62	1,56	1,52	1,43	1,38	1,33	150
2,00	1,97	1,93	1,89	1,85	1,82	1,79	1,74	1,69	1,66	1,63	1,58	1,52	1,48	1,39	1,33	1,28	200
1,97	1,94	1,89	1,85	1,82	1,79	1,76	1,71	1,66	1,62	1,59	1,55	1,48	1,44	1,35	1,28	1,22	300
1,94	1,92	1,87	1,83	1,79	1,76	1,74	1,68	1,63	1,60	1,56	1,52	1,45	1,41	1,31	1,23	1,16	500
1,92	1,90	1,85	1,81	1,77	1,74	1,72	1,66	1,61	1,57	1,54	1,50	1,43	1,38	1,28	1,19	1,11	1000
1,90	1,88	1,83	1,79	1,76	1,72	1,70	1,64	1,59	1,55	1,52	1,47	1,40	1,36	1,25	1,15	1,00	$\infty$

4. táblázat.  $\chi^2$ -eloszlás kvantilisei

$f$	5%	10%	20%	50%	80%	90%	95%	99%	99,9%
1	0,00393	0,0158	0,0642	0,455	1,642	2,706	3,841	6,635	10,827
2	0,103	0,211	0,446	1,386	3,219	4,605	5,991	9,210	13,815
3	0,352	0,584	1,005	2,366	4,642	6,251	7,815	11,345	16,266
4	0,711	1,064	1,649	3,357	5,989	7,779	9,488	13,277	18,467
5	1,145	1,610	2,343	4,351	7,289	9,236	11,070	15,086	20,515
6	1,635	2,204	3,070	5,348	8,558	10,645	12,592	16,812	22,457
7	2,167	2,833	3,822	6,346	9,803	12,017	14,067	18,475	24,322
8	2,733	3,490	4,594	7,344	11,030	13,362	15,507	20,090	26,125
9	3,325	4,168	5,380	8,343	12,242	14,684	16,919	21,666	27,877
10	3,940	4,865	6,179	9,342	13,442	15,987	18,307	23,209	29,588
11	4,575	5,578	6,989	10,341	14,631	17,275	19,675	24,725	31,264
12	5,226	6,304	7,807	11,340	15,812	18,549	21,026	26,217	32,909
13	5,892	7,042	8,634	12,340	16,985	19,812	22,362	27,688	34,528
14	6,571	7,790	9,467	13,339	18,151	21,064	23,685	29,141	36,123
15	7,261	8,547	10,307	14,339	19,311	22,307	24,996	30,578	37,697
16	7,962	9,312	11,152	15,338	20,465	23,542	26,296	32,000	39,252
17	8,672	10,085	12,002	16,338	21,615	24,769	27,587	33,409	40,790
18	9,390	10,865	12,857	17,338	22,760	25,989	28,869	34,805	42,312
19	10,117	11,651	13,716	18,338	23,900	27,204	30,144	36,191	43,820
20	10,851	12,443	14,578	19,337	25,038	28,412	31,410	37,566	45,315
21	11,591	13,240	15,445	20,337	26,171	29,615	32,671	38,932	46,797
22	12,338	14,041	16,314	21,337	27,301	30,813	33,924	40,289	48,268
23	13,091	14,848	17,187	22,337	28,429	32,007	35,172	41,638	49,728
24	13,848	15,659	18,062	23,337	29,553	33,196	36,415	42,980	51,179
25	14,611	16,473	18,940	24,337	30,675	34,382	37,652	44,314	52,620
26	15,379	17,292	19,820	25,336	31,795	35,563	38,885	45,642	54,052
27	16,151	18,114	20,703	26,336	32,912	36,741	40,113	46,963	55,476
28	16,928	18,939	21,588	27,336	34,027	37,916	41,337	48,278	56,893
29	17,708	19,768	22,475	28,336	35,139	39,087	42,557	49,588	58,302
30	18,493	20,599	23,364	29,336	36,250	40,256	43,773	50,892	59,703
32	20,072	22,271	25,148	31,336	38,466	42585	46,194	53,486	62,487
34	21,664	23,952	26,938	33,336	40,676	44,903	48,602	56,061	65,247
36	23,269	25,643	28,735	35,336	42,879	47,212	50,999	58,619	67,985
38	24,884	27,343	30,537	37,335	45,076	49,513	53,384	61,162	70,703
40	26,509	29,051	32,345	39,335	47,269	51,805	55,759	63,691	73,402
42	28,144	30,765	34,157	41,335	49,456	54,090	58,124	66,206	76,084
44	29,787	32,487	35,974	43,335	51,639	56,369	60,481	68,710	78,750
46	31,439	34,215	37,795	45,335	53,818	58,641	62,830	71,201	81,400
48	33,098	35,949	39,621	47,335	55,993	60,907	65,171	73,683	84,037
50	34,764	37,689	41,449	49,335	58,164	63,167	67,505	76,154	86,661
52	36,437	39,433	43,281	51,335	60,332	65,422	69,832	78,616	89,272
54	38,116	41,183	45,117	53,335	62,496	67,673	72,153	81,069	91,872
56	39,801	42,937	46,955	55,335	64,658	69,919	74,468	83,513	94,461
58	41,492	44,696	48,797	57,335	66,816	72,160	76,778	85,950	97,039
60	43,188	46,459	50,641	59,335	68,972	74,397	79,082	88,379	99,607
62	44,889	48,226	52,487	61,335	71,125	76,630	81,381	90,802	102,166
64	46,595	49,996	54,336	63,335	73,276	78,860	83,675	93,217	104,716
66	48,305	51,770	56,188	65,335	75,424	81,085	85,965	95,626	107,258
68	50,020	53,548	58,042	67,335	77,571	83,308	88,250	98,028	109,791
70	51,739	55,329	59,898	69,334	79,715	85,527	90,531	100,425	112,317

5. táblázat. A Kolmogorov-eloszlásfüggvény értékei (felső kvantilisek)

$z$	$K(z)$
1,07	0,80
1,14	0,85
1,22	0,90
1,36	0,95
1,52	0,98
1,63	0,99

6. táblázat. Empirikus korrelációs együttható eloszlásának kvantilisei (normális háttéreloszlás esetén)

$f = n - 2$	90%	95%	99%
1	0,98769	0,99692	0,999877
2	0,90000	0,95000	0,990000
3	0,8054	0,8783	0,95873
4	0,7293	0,8114	0,91720
5	0,6694	0,7545	0,8745
6	0,6215	0,7067	0,8343
7	0,5822	0,6664	0,7977
8	0,5494	0,6319	0,7646
9	0,5214	0,6021	0,7348
10	0,4973	0,5760	0,7079
11	0,4762	0,5529	0,6835
12	0,4575	0,5324	0,6614
13	0,4409	0,5139	0,6411
14	0,4259	0,4973	0,6226
15	0,4124	0,4821	0,6055
16	0,4000	0,4683	0,5897
17	0,3887	0,4555	0,5751
18	0,3783	0,4438	0,5614
19	0,3687	0,4329	0,5487
20	0,3598	0,4227	0,5368
25	0,3233	0,3809	0,4869
30	0,2960	0,3494	0,4487
35	0,2746	0,3246	0,4182
40	0,2573	0,3044	0,3932
45	0,2428	0,2875	0,3721
50	0,2306	0,2732	0,3541
60	0,2108	0,2500	0,3248
70	0,1954	0,2319	0,3017
80	0,1829	0,2172	0,2830
90	0,1726	0,2050	0,2673
100	0,1638	0,1946	0,2540

7. táblázat. Spearman-féle rangkorrelációs együttható eloszlásának kvantilisei

$n$	90%	95%	99%
5	0,9000	1,0000	1,0000
6	0,8286	0,8857	1,0000
7	0,7143	0,7857	0,9286
8	0,6429	0,7381	0,8810
9	0,6000	0,6833	0,8333
10	0,5636	0,6485	0,7939
11	0,5273	0,6182	0,7545
12	0,5035	0,5874	0,7203
13	0,4835	0,5604	0,6923
14	0,4637	0,5385	0,6703
15	0,4464	0,5179	0,6500
16	0,4294	0,5000	0,6294
17	0,4142	0,4853	0,6103
18	0,4014	0,4716	0,5934
19	0,3895	0,4579	0,5772
20	0,3789	0,4451	0,5624
21	0,3688	0,4338	0,5481
22	0,3595	0,4229	0,5359
23	0,3508	0,4140	0,5247
24	0,3435	0,4052	0,5148
25	0,3362	0,3969	0,5054
26	0,3295	0,3889	0,4962
27	0,3230	0,3810	0,4872
28	0,3169	0,3738	0,4789
29	0,3113	0,3670	0,4709
30	0,3059	0,3606	0,4630

8. táblázat. Az  $(n, p)$  binomiális eloszlás valószínűségei a paraméterek néhány értékpárjára

n	k	p						k	n	
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4			0,5
5	0	0,95099	0,77378	0,59049	0,32768	0,16807	0,07776	0,03125	5	5
	1	0,04803	0,20363	0,32805	0,40960	0,36015	0,25920	0,15625	4	
	2	0,00097	0,02143	0,07290	0,20480	0,30870	0,34560	0,31250	3	
	3	0,00001	0,00113	0,00810	0,05120	0,13230	0,23040	0,31250	2	
	4		0,00045	0,07680	0,15625	1				
10	0			0,00001	0,00032	0,00243	0,01024	0,03125	0	10
	1	0,90438	0,59874	0,34868	0,10737	0,02825	0,00605	0,00098	10	
	2	0,09135	0,31512	0,38742	0,26844	0,12106	0,04031	0,00977	9	
	3	0,00415	0,07463	0,19371	0,30199	0,23347	0,12093	0,04395	8	
	4	0,00011	0,01048	0,05740	0,20133	0,26683	0,21499	0,11719	7	
	5		0,00096	0,01116	0,08808	0,20012	0,25082	0,20508	6	
	6		0,00006	0,00149	0,02642	0,10292	0,20066	0,24609	5	
	7			0,00014	0,00551	0,03676	0,11148	0,20508	4	
	8			0,00001	0,00079	0,00900	0,04247	0,11719	3	
	9				0,00007	0,00145	0,01062	0,04395	2	
15	0					0,00014	0,00157	0,00977	1	15
	1					0,00001	0,00010	0,00098	0	
	2	0,86006	0,46329	0,20589	0,03518	0,00475	0,00047	0,00003	15	
	3	0,13031	0,36576	0,34315	0,13194	0,03052	0,00470	0,00046	14	
	4	0,00921	0,13475	0,26690	0,23090	0,09156	0,02194	0,00320	13	
	5	0,00040	0,03073	0,12851	0,25014	0,17004	0,06339	0,01389	12	
	6	0,00001	0,00485	0,04284	0,18760	0,21862	0,12678	0,04166	11	
	7		0,00056	0,01047	0,10318	0,20613	0,18594	0,09164	10	
	8		0,00005	0,00194	0,04299	0,14724	0,20660	0,15274	9	
	9			0,00028	0,01382	0,08113	0,17708	0,19638	8	
	10			0,00003	0,00345	0,03477	0,11806	0,19638	7	
	11				0,00067	0,01159	0,06121	0,15274	6	
	12				0,00010	0,00298	0,02449	0,09164	5	
	13				0,00001	0,00058	0,00742	0,04166	4	
	14					0,00008	0,00165	0,01389	3	
15					0,00001	0,00025	0,00320	2		
20	0						0,00002	0,00046	1	20
	1							0,00003	0	
	2	0,81791	0,35849	0,12158	0,01153	0,00080	0,00004		20	
	3	0,16523	0,37735	0,27017	0,05765	0,00684	0,00049	0,00002	19	
	4	0,01586	0,18868	0,28518	0,13691	0,02785	0,00309	0,00018	18	
	5	0,00096	0,05958	0,19012	0,20536	0,07160	0,01235	0,00109	17	
	6	0,00004	0,01333	0,08978	0,21820	0,13042	0,03499	0,00462	16	
	7		0,00224	0,03192	0,17456	0,17886	0,07465	0,01479	15	
	8		0,00030	0,00887	0,10910	0,19164	0,12441	0,03696	14	
	9		0,00003	0,00197	0,05455	0,16426	0,16588	0,07393	13	
	10			0,00036	0,02216	0,11440	0,17971	0,12013	12	
	11			0,00005	0,00739	0,06537	0,15974	0,16018	11	
	12			0,00001	0,00203	0,03082	0,11714	0,17620	10	
	13				0,00046	0,01201	0,07099	0,16018	9	
	14				0,00009	0,00386	0,03550	0,12013	8	
	15				0,00001	0,00102	0,01456	0,07393	7	
	16					0,00022	0,00485	0,03696	6	
	17					0,00004	0,00129	0,01479	5	
	18					0,00001	0,00027	0,00462	4	
	19						0,00004	0,00109	3	
20							0,00018	2		
							0,00002	1		
								0		
		0,99	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	k	n
		p								

Az  $(n, p)$  binomiális eloszlás valószínűségei a paraméterek néhány értékpárjára (folytatás)

$n$	$k$	$p$								
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		
25	0	0,77782	0,27739	0,07179	0,00378	0,00013			25	25
	1	0,19642	0,36499	0,19942	0,02361	0,00144	0,00005		24	
	2	0,02381	0,23052	0,26589	0,07084	0,00739	0,00038	0,00001	23	
	3	0,00184	0,09302	0,22650	0,13577	0,02428	0,00194	0,00007	22	
	4	0,00010	0,02693	0,13842	0,18668	0,05723	0,00710	0,00038	21	
	5	0,00000	0,00595	0,06459	0,19602	0,10302	0,01989	0,00158	20	
	6		0,00104	0,02392	0,16335	0,14717	0,04420	0,00528	19	
	7		0,00015	0,00722	0,11084	0,17119	0,07999	0,01433	18	
	8		0,00002	0,00180	0,06235	0,16508	0,11998	0,03223	17	
	9			0,00038	0,02944	0,13364	0,15109	0,06089	16	
	10			0,00607	0,01178	0,09164	0,16116	0,09742	15	
	11			0,00001	0,00401	0,05355	0,14651	0,13284	14	
	12				0,00117	0,02678	0,11395	0,15498	13	
	13				0,00029	0,01148	0,07597	0,15498	12	
	14				0,00006	0,00422	0,04341	0,13284	11	
	15				0,00001	0,00132	0,02122	0,09742	10	
	16					0,00035	0,00884	0,06089	9	
	17					0,00008	0,00312	0,03223	8	
	18					0,00002	0,00092	0,01433	7	
	19						0,00023	0,00528	6	
	20						0,00005	0,00158	5	
	21						0,00001	0,00038	4	
	22							0,00007	3	
23							0,00001	2		
30	0	0,73970	0,21464	0,04239	0,00124	0,00002			30	30
	1	0,22415	0,33890	0,14130	0,00928	0,00029			29	
	2	0,03283	0,25864	0,22766	0,03366	0,00180	0,00004		28	
	3	0,00310	0,12705	0,23609	0,07853	0,00720	0,00027		27	
	4	0,00021	0,04514	0,17707	0,13252	0,02084	0,00120	0,00003	26	
	5	0,00001	0,01235	0,10230	0,17228	0,04644	0,00415	0,00013	25	
	6		0,00271	0,04736	0,17946	0,08293	0,01152	0,00055	24	
	7		0,00049	0,01804	0,15382	0,12185	0,02634	0,00190	23	
	8		0,00007	0,00576	0,11056	0,15014	0,05049	0,00545	22	
	9		0,00001	0,00157	0,06756	0,15729	0,08228	0,01332	21	
	10			0,00037	0,03547	0,14156	0,11519	0,02798	20	
	11			0,00007	0,01612	0,11031	0,13962	0,05088	19	
	12			0,00001	0,00638	0,07485	0,14738	0,08055	18	
	13				0,00221	0,04442	0,13604	0,11154	17	
	14				0,00067	0,02312	0,11013	0,13544	16	
	15				0,00018	0,01057	0,07831	0,14446	15	
	16				0,00004	0,00425	0,04895	0,13544	14	
	17				0,00001	0,00150	0,02687	0,11154	13	
	18					0,00046	0,01294	0,08055	12	
	19					0,00013	0,00545	0,05088	11	
	20					0,00003	0,00200	0,02798	10	
	21					0,00001	0,00063	0,01332	9	
	22						0,00017	0,00545	8	
23						0,00004	0,00190	7		
24						0,00001	0,00055	6		
25							0,00013	5		
26							0,00003	4		
		0,99	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	$k$	$n$
$p$										

Az  $(n, p)$  binomiális eloszlás jobbról folytonos eloszlásfüggvényének értékei a paraméterek néhány értékpárjára

$n$	$k$	$p$								
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5		
5	0	0,95099	0,77378	0,59409	0,32768	0,16807	0,07776	0,03125	5	5
	1	0,99902	0,97741	0,91854	0,73728	0,52822	0,33696	0,18750	4	
	2	0,99999	0,99884	0,99144	0,94208	0,83692	0,68256	0,50000	3	
	3	1,00000	0,99997	0,99954	0,99328	0,96922	0,91296	0,81250	2	
	4		1,00000	0,99999	0,99968	0,99757	0,98976	0,96875	1	
10	5			1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0	10
	0	0,90438	0,59874	0,34868	0,10737	0,02825	0,00605	0,00098	10	
	1	0,99574	0,91386	0,73610	0,37581	0,14931	0,04636	0,01075	9	
	2	0,99989	0,98850	0,92981	0,67780	0,38278	0,16729	0,05470	8	
	3	1,00000	0,99897	0,98721	0,87913	0,64961	0,38228	0,17189	7	
	4		0,99994	0,98836	0,96721	0,84973	0,63310	0,37697	6	
	5		1,00000	0,99985	0,99363	0,95265	0,83376	0,62306	5	
	6			0,99999	0,99914	0,98940	0,94524	0,82814	4	
	7			1,00000	0,99993	0,99840	0,98771	0,94533	3	
	8				1,00000	0,99985	0,99833	0,98928	2	
15	9					0,99999	0,99990	0,99905	1	15
	10					1,00000	1,00000	1,00000	0	
	0	0,86006	0,46329	0,20589	0,03518	0,00475	0,00047	0,00003	15	
	1	0,99037	0,82905	0,54904	0,16712	0,03527	0,00517	0,00049	14	
	2	0,99958	0,96380	0,81594	0,39802	0,12683	0,02711	0,00369	13	
	3	0,99999	0,99453	0,94445	0,64816	0,29687	0,09050	0,01758	12	
	4	1,00000	0,99939	0,98729	0,83576	0,51549	0,21728	0,05924	11	
	5		0,99995	0,99776	0,93894	0,72162	0,40322	0,15088	10	
	6		1,00000	0,99969	0,98193	0,86886	0,60982	0,30362	9	
	7			0,99997	0,99575	0,94999	0,78690	0,50000	8	
	8			1,00000	0,99920	0,98476	0,90496	0,69638	7	
	9				0,99987	0,99635	0,96617	0,84912	6	
	10				0,99999	0,99933	0,99066	0,94076	5	
	11				1,00000	0,99991	0,99808	0,98242	4	
	12					0,99999	0,99973	0,99631	3	
13					1,00000	0,99998	0,99951	2		
14						1,00000	0,99997	1		
15							1,00000	0		
20	0	0,81791	0,35849	0,12158	0,01153	0,00080	0,00004		20	20
	1	0,98314	0,73584	0,39175	0,06918	0,00764	0,00053	0,00002	19	
	2	0,99900	0,92452	0,67693	0,20609	0,03549	0,00362	0,00020	18	
	3	0,99996	0,98410	0,86705	0,41143	0,10709	0,01597	0,00129	17	
	4	1,00000	0,99743	0,95683	0,62965	0,23751	0,05096	0,00591	16	
	5		0,99967	0,98875	0,80421	0,41637	0,12561	0,02070	15	
	6		0,99997	0,99761	0,91331	0,60801	0,25002	0,05766	14	
	7		1,00000	0,99958	0,96786	0,77227	0,41590	0,13159	13	
	8			0,99994	0,99002	0,88667	0,59561	0,25172	12	
	9			0,99999	0,99741	0,95204	0,75535	0,41190	11	
	10			1,00000	0,99944	0,98286	0,87249	0,58810	10	
	11				0,99990	0,99487	0,94348	0,74828	9	
	12				0,99999	0,99872	0,97898	0,86841	8	
	13				1,00000	0,99973	0,99354	0,94234	7	
	14					0,99995	0,99840	0,97930	6	
	15					0,99999	0,99969	0,99409	5	
	16					0,99996	0,99996	0,99871	4	
	17					1,00000	1,00000	0,99980	3	
	18							0,99998	2	
	19							1,00000	1	
20								0		
		0,99	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	$k$	$n$
		$p$								

390 Függelék

Az  $(n, p)$  binomiális eloszlás jobbról folytonos eloszlásfüggvényének értékei a paraméterek néhány értékpárjára (folytatás)

$n$	$k$	$p$									
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5			
25	0	0,77782	0,27739	0,07179	0,00378	0,00013				25	25
	1	0,97424	0,64238	0,27121	0,02739	0,00157	0,00005			24	
	2	0,99805	0,87289	0,53710	0,09823	0,00896	0,00043	0,00001		23	
	3	0,99989	0,96591	0,76360	0,23400	0,03324	0,00237	0,00008		22	
	4	0,99999	0,99283	0,90202	0,42068	0,09047	0,00946	0,00046		21	
	5	1,00000	0,99878	0,96661	0,61670	0,19349	0,02936	0,00204		20	
	6		0,99982	0,99053	0,78005	0,34066	0,07356	0,00732		19	
	7		0,99998	0,99775	0,89089	0,51185	0,15355	0,02165		18	
	8		1,00000	0,99954	0,95324	0,67693	0,27353	0,05388		17	
	9			0,99992	0,98268	0,81057	0,42462	0,11477		16	
	10			0,99999	0,99446	0,90221	0,58578	0,21219		15	
	11			1,00000	0,99847	0,95576	0,73229	0,34503		14	
	12				0,99964	0,98254	0,84624	0,50000		13	
	13				0,99993	0,99402	0,92221	0,65499		12	
	14				0,99999	0,99824	0,96562	0,78783		11	
	15				1,00000	0,99955	0,98684	0,88525		10	
	16					0,99990	0,99568	0,94612		9	
	17					0,99998	0,99880	0,97838		8	
	18					1,00000	0,99972	0,99268		7	
	19						0,99994	0,99796		6	
	20						0,99999	0,99954		5	
	21						1,00000	0,99992		4	
	22							0,99999		3	
23							1,00000		2		
30	0	0,73970	0,21464	0,04239	0,00124	0,00002				30	30
	1	0,96385	0,55354	0,18369	0,01052	0,00031				29	
	2	0,99668	0,81218	0,41135	0,04418	0,00211	0,00004			28	
	3	0,99978	0,93923	0,64744	0,12271	0,00931	0,00031			27	
	4	0,99999	0,98436	0,82451	0,25523	0,03015	0,00151	0,00003		26	
	5	1,00000	0,99672	0,92681	0,42751	0,07659	0,00566	0,00016		25	
	6		0,99943	0,97417	0,60697	0,15952	0,01718	0,00071		24	
	7		0,99992	0,99221	0,76079	0,28137	0,04352	0,00261		23	
	8		0,99999	0,99797	0,87135	0,43151	0,09401	0,00806		22	
	9		1,00000	0,99955	0,93891	0,58880	0,17629	0,02138		21	
	10			0,99992	0,97438	0,73036	0,29148	0,04936		20	
	11			0,99999	0,99050	0,84067	0,43110	0,10024		19	
	12			1,00000	0,99688	0,91552	0,57848	0,18079		18	
	13				0,99909	0,95994	0,71452	0,29233		17	
	14				0,99977	0,98306	0,82465	0,42777		16	
	15				0,99995	0,99363	0,90296	0,57223		15	
	16				0,99999	0,99788	0,95191	0,70767		14	
	17				1,00000	0,99938	0,97878	0,81921		13	
	18					0,99983	0,99171	0,89976		12	
	19					0,99996	0,99716	0,95064		11	
	20					0,99999	0,99915	0,97862		10	
	21					1,00000	0,99978	0,99194		9	
	22						0,99995	0,99739		8	
23						0,99999	0,99929		7		
24						1,00000	0,99984		6		
25							0,99997		5		
26							1,00000		4		
		0,99	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	$k$	$n$	
		$p$									