

Előszó

Ez a könyv az algebráról kíván áttekintést adni, annak alapfogalmairól és számos ágazatáról. Fölmerül a kérdés, hogy milyen nyelvet használjunk ehhez. Arra a kérdésre, hogy „Mit tanulmányoz a matematika?“, az a válasz aligha elfogadható, hogy „struktúrákat” vagy „speciális relációkkal ellátott halmazokat”; a különféle elképzelhető struktúrák és relációkkal ellátott halmazok tömegében ugyanis csak egy nagyon kicsi diszkrét rész tarthat a matematikusok valódi érdeklődésére számot; a kérdés lényege éppen abban rejlik, hogy értékelni tudjuk az egyébként alaktalan tömegben elszórtan létező ezen kis töredék különleges jelentőségét. Hasonlóképpen, egy matematikai fogalom jelentése nem korlátozódik a formális meghatározására; ezt a jelentést valójában inkább kifejezheti egy (általában csekély számú) válogatás az alapvető példák közül, melyek a matematikus számára egyaránt szolgálnak motivációként, tényleges definícióként és ugyanakkor a fogalom valódi jelentéseként is.

Talán ugyanilyen típusú nehézségekkel találjuk szembe magunkat, ha egy olyan dolognak kell az általános tulajdonságait jellemeznünk, amely akár a legcsekélyebb mértékben is egyedi. Így például értelmetlen dolog lenne „meghatározni” a németeket vagy a franciákat; ehelyett legföljebb a történelmükről vagy az életstílusukról adhatunk számot. Hasonlóképpen lehetetlen definiálniunk egy embert, egy egyént; ehelyett megadhatjuk az útlevelében szereplő adatokat, vagy megkísérelhetjük leírni a külalakját és a jellemét, valamint felsorolhatunk néhány eseményt az életrajzából. Ezt az utat próbáljuk követni ebben a könyvben is, az algebrára alkalmazva. A könyvben tehát a téma axiomatikus és logikus fölépítését egy leíróbb jellegű anyag kíséri: itt a kulcsfontosságú példák gondos tárgyalását, valamint az algebra és a matematika egyéb ágainak, ill. a többi természettudománynak az érintkezési pontjait tárgyaljuk. Az anyag kiválasztásában természetesen erősen érezhető a szerző személyes véleménye és ízlése.

A könyv olvasóiként elsősorban elsőéves matematika szakos hallgatókra gondolok, valamint elméleti fizikusokra, illetve olyan nem az algebrában dolgozó matematikusokra, akik az algebra jellegéről, annak a matematika egészében elfoglalt helyéről szeretnének képet nyerni. A könyvnek azon részei, melyek az algebra fogalmainak és eredményeinek rendszeres tárgyalását adják, nagyon kevés előismeretet kívánnak meg az olvasótól: csupán a kalkulusban, az analitikus geometriában és a lineáris algebrában való jártasságot föltételezzük, méghozzá többnyire olyan formában, ahogyan azt számos középiskolában, ill. főiskolán tanítják. Nehezebb meghatározni azoknak az előismereteknek a körét, amelyek a példák tárgyalásánál szükségeltetnek; kívánatos a projektív terek, a topologikus terek, a differenciálható és a komplex analitikus sokaságok, valamint a komplex függvénytan ismerete, de az olvasónak nem szabad elfelejtenie, hogy ha egy adott példánál nehézségei támadnak, ez valószínűleg csak lokális természetű, és nem befolyásolja a könyv egyéb részeinek a megértését.

Ez a könyv nem vállalkozik az algebra tanítására; mindössze beszélni próbál róla. Ezt a hiányosságot részben pótolandó, igyekeztem egy részletes bibliográfiát adni; az ezt megelőző megjegyzésekben az olvasó olyan könyvekre találhat

utalást, amelyekből a jelen könyben fölvetett kérdésekről olvashat részletesebben, illetve olyanokra is, melyekben az algebra egyéb területeiről esik szó: olyanokról, melyekről a hely korlátos volta miatt most nem szólhattunk.

A könyv egy előzetes változatát a következő személyek nézték át: F.A. Bogomolov, R.V. Gamkrelidze, S.P. Gyemuskin, A.I. Kosztrikin, Ju.I. Manyin, V.V. Nyikulin, A.N. Parsin, M.K. Polivanov, V.L. Popov, A.B. Rojter és A.N. Tyurin; valamennyiüknek hálás vagyok megjegyzéseikért és javaslataikért, melyeket fölhasználtam a könyvben.

Igen hálás vagyok N.I. Safarevicsnek a kézirattal kapcsolatban nyújtott hatalmas segítségéért, valamint számos értékes megjegyzéséért.

Moszkva, 1984

I.R. Safarevics

Megragadtam az alkalmat, hogy az angol fordításban kijavítsak néhány hibát és pontatlanságot, melyek az eredeti változat kiadásáig észrevétlenek maradtak; nagyon hálás vagyok E.B. Vinbergnek, A.M. Volkonszkijnak és D. Zagiernek, hogy ezekre föl hívták a figyelmemet. Különös köszönet illeti a fordítót, M. Reidet a szövegen eszközölt számtalan javításáért.

Moszkva, 1987

I.R. Safarevics