

# Tartalomjegyzék

<b>Feladatok</b>	<b>1</b>
<b>1. Véletlen események, valószínűség</b>	<b>3</b>
1.1. Események közötti összefüggések . . . . .	3
1.1.1. Megfigyelhető események . . . . .	6
1.1.2. Boole-algebrák . . . . .	8
1.1.3. Eseménypolinomok . . . . .	10
1.1.4. Kvalitatív függetlenség . . . . .	11
1.1.5. Teljes eseményrendszerek . . . . .	12
1.2. Azonosságok és egyenlőtlenségek . . . . .	13
1.2.1. Lineáris egyenlőtlenségek és egyenlőségek . . . . .	16
1.2.2. Kvadratikus egyenlőtlenségek és egyenlőségek . . . . .	19
1.3. Valószínűségek kombinatorikus kiszámítása . . . . .	20
1.4. Valószínűségek geometriai kiszámítása . . . . .	27
1.5. Feltételes valószínűség . . . . .	30
1.5.1. Feltételes valószínűség . . . . .	30
1.5.2. A teljes valószínűség tétele . . . . .	32
1.5.3. Bayes tétele . . . . .	35
1.6. Események függetlensége . . . . .	37
1.6.1. Események függetlensége . . . . .	38
1.6.2. Felcserélhető események . . . . .	40
1.6.3. Duplán sztochasztikusan függő események . . . . .	41

<b>2. Valószínűségi változók és jellemzőik</b>	<b>43</b>
2.1. Valószínűségi változó eloszlása . . . . .	43
2.1.1. Eloszlás és eloszlásfüggvény . . . . .	43
2.1.2. Sűrűségfüggvény . . . . .	46
2.1.3. Nevezetes eloszlások . . . . .	48
2.1.4. Vegyes feladatok . . . . .	50
2.2. Többdimenziós eloszlások . . . . .	51
2.2.1. $n$ -változós eloszlások . . . . .	51
2.2.2. Vetület- és peremeloszlás . . . . .	52
2.2.3. Nevezetes többváltozós diszkrét eloszlások . . . . .	53
2.2.4. Sűrűségfüggvény . . . . .	53
2.2.5. Nevezetes többváltozós folytonos eloszlások . . . . .	54
2.3. Feltételes eloszlások . . . . .	57
2.3.1. Diszkrét eset . . . . .	57
2.3.2. Feltételes eloszlás . . . . .	58
2.3.3. A teljes valószínűség tétele . . . . .	59
2.4. Valószínűségi változók függetlensége . . . . .	60
2.4.1. Függetlenség . . . . .	60
2.4.2. Megbízhatóságelmélet . . . . .	63
2.4.3. Készletezés . . . . .	63
2.4.4. Duplán sztochasztikus függőség . . . . .	64
2.5. Várható érték, szórás, magasabb momentumok . . . . .	66
2.5.1. Várható érték . . . . .	66
2.5.2. Összeg várható értéke . . . . .	68
2.5.3. Feltételes várható érték . . . . .	69
2.5.4. A szórás . . . . .	71
2.5.5. Összeg szórása . . . . .	73
2.5.6. Magasabb momentumok . . . . .	74
2.5.7. A feltételes várható érték általános fogalma . . . . .	75
2.5.8. Vegyes feladatok . . . . .	76
2.6. Valószínűségi változók függvényei . . . . .	79
2.6.1. A sűrűségfüggvények meghatározása . . . . .	80
2.6.2. Valószínűségi vektorváltozók függvényei . . . . .	81
2.6.3. Véletlen determinánsok . . . . .	83
2.6.4. Összeg és különbség . . . . .	84
2.6.5. A konvolúció . . . . .	85
2.6.6. Szorzat és hányados . . . . .	88
2.6.7. Rendezett minta . . . . .	88
2.6.8. Empirikus eloszlásfüggvény . . . . .	91
2.7. Korrelációs együttható . . . . .	92
2.7.1. A korrelációs hányados . . . . .	94
2.8. Generátorfüggvény, karakterisztikus függvény . . . . .	94
2.8.1. Karakterisztikus függvény . . . . .	96

<b>3. A nagy számok törvényei. Határeloszlás-tételek</b>	<b>103</b>
3.1. Valószínűségeloszlások konvergenciája . . . . .	103
3.2. A nagy számok törvényei . . . . .	108
3.2.1. Sztochasztikus konvergencia. A nagy számok gyenge tör- vénye . . . . .	108
3.2.2. A nagy számok erős törvénye. Borel – Cantelli-lemma . . . . .	111
3.3. Határeloszlás-tételek . . . . .	115
3.4. Keverő és stabilis eseménysorozatok . . . . .	123
<b>4. Sztochasztikus folyamatok</b>	<b>129</b>
4.1. Markov-láncok . . . . .	129
4.1.1. A tanulás folyamatának statisztikai elméletéből . . . . .	137
4.2. Poisson-folyamat . . . . .	139
4.2.1. Forgalmi problémák . . . . .	141
4.2.2. Sorbanállási problémák . . . . .	143
4.2.3. Véletlen ponteloszlások . . . . .	144
4.3. Független növekményű folyamatok . . . . .	144
4.4. Rekurrens folyamatok . . . . .	150
<b>Útmutatások</b>	<b>155</b>
az 1. fejezethez . . . . .	155
a 2. fejezethez . . . . .	165
a 3. fejezethez . . . . .	171
a 4. fejezethez . . . . .	180
<b>Megoldások, végeredmények</b>	<b>183</b>
az 1. fejezethez . . . . .	183
a 2. fejezethez . . . . .	208
a 3. fejezethez . . . . .	257
a 4. fejezethez . . . . .	287
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>315</b>
<b>Tárgymutató</b>	<b>321</b>
<b>Fontosabb jelölések</b>	<b>325</b>